

# Modely v kreditním riziku

Jaroslav Dufek

MFF UK, KPMS

# O mně

- OM
- Nav. FPM
- od r. 2012 doktorské studium na MFF UK
- od r. 2012 v Allianz

# Agenda

- 1. Nejznámější modely kreditního rizika
  - ▶ 1.1. CreditRisk+ model
  - ▶ 1.2. CreditMetrics model
  - ▶ 1.3. KMV model
- 2. Basel
- 3. Přestávka
- 4. Úvod do našeho výzkumu
- 5. GŠ model
- 6. Náš podmodel
- 7. Závěr

# Kreditní riziko

- je riziko vyplývající z neschopnosti nebo neochoty protistrany splatit své závazky
- kreditní riziko a SAV 5 let zpět
  - ▶ 21. 3. 2014 kreditní riziko
  - ▶ 14. 3. 2014 kreditní riziko
  - ▶ 19. 3. 2010 kreditní riziko KMV model
  - ▶ 26. 2. 2010 kreditní riziko CreditRisk+

## 1.1. CreditRisk+ model

# Poissonovo rozdělení

- vytvořující funkce pravděpodobností n. v.  $X$ :

$$P_X(z) = \sum_{n=0}^{\infty} z^n \cdot P[X = n]$$

- vytvořující fce Poissonova rozdělení  $P(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\lambda^n}{n!} e^{-\lambda} z^n = e^{\lambda(z-1)}$
- model složeného Poissonova rozdělení  $S = \sum_{i=1}^N X_i$
- vytvořující fce  $R(z) = \exp\{\lambda(G(z) - 1)\}$ , kde  $G(z)$  je vytvořující fce výší škod  $X_i$
- Pokud máme  $K$  nezávislých selhání ( $\lambda = \sum_{i=1}^K \lambda_i$ )

$$\begin{aligned} R(z) &= R_1(z) \cdot \dots \cdot R_K(z) = \\ &= \exp \left\{ \lambda \left[ \frac{\lambda_1}{\lambda} (G_1(z) - 1) + \dots + \frac{\lambda_K}{\lambda} (G_K(z) - 1) \right] \right\} \end{aligned}$$

# Gamma rozdělení

- n. v.  $Y$  má  $\Gamma$ -rozdělení hustotou  $\gamma(y) = \frac{1}{b^a \Gamma(a)} y^{a-1} e^{-y/b}$ ;  $y > 0$
- $EY=ab$ ,  $\text{var}(Y)=ab^2$
- v modelu budeme dále předpokládat, že  $EY=1$ ,  $\text{var}(Y)=b$

# Princip

- předpokládáme, že počet událostí má Poissonovo rozdělení s náhodným parametrem  $\lambda$
- předpokládáme, že náhodný parametr  $\lambda$  má  $\Gamma$ -rozdělení
- $\Rightarrow$  počet událostí má nepodmíněné negativně binomické rozdělení
- potom tedy  $S = \sum_{i=1}^N X_i$  má složené negativně binomické rozdělení
- $\binom{-a}{n} p^a (-q)^n$  je rozdělení počtu událostí  $N$



# CreditRisk+ Model I

- mějme  $i = 1, 2, \dots, I$  dlužníků
- dlužník je charakterizován výší ztráty při selhání(LGD) a průměrnou intenzitou selhání  $\lambda_i$
- podle LGD jsou dlužníci rozděleni do  $J$  shluků
- časové období je 1 rok

## CreditRisk+ Model II

- zavedení sektorů do modelu, sektor může odpovídat např. druhu podnikání, regionu, apod.
- $S$  sektorům jsou přiřazeny náhodné veličiny  $\Lambda_1, \dots, \Lambda_S$  s  $\Gamma$ -rozdělením s hustotami

$$\gamma(y) = \frac{a_s^{a_s}}{\Gamma(a_s)} y^{a_s-1} e^{-a_s y}, \quad y > 0, \quad s = 1, \dots, S$$

- $w_{i,s}$  je část sektoru  $s$ , která připadá na dlužníka  $i$ ;  $\sum_{s=1}^S w_{i,s} = 1$
- z průměrné intenzity  $\lambda_i$  selhání dlužníka  $i$  připadá na sektor  $s$  část  $\lambda_i w_{i,s}$

## CreditRisk+ Model III

- celková průměrná intenzita selhání připadající na sektor  $s$

$$\lambda^s = \sum_{j=1}^J \lambda_{j,s},$$

kde  $\lambda_{j,s} = \sum_{i \in [j]} \lambda_i w_{i,s}$ ,

- $\Rightarrow$  škody připadající na sektor  $s$  mají složené rozdělení

$$\sum_{k=1}^{N^s} X_k^s,$$

kde  $N^s$  má negativně binomické rozdělení, což plyne z konstrukce modelu

# CreditRisk+ Model IV

- tedy  $\sum_{k=1}^{N^s} X_k^s$  má vytvořující funkci  $R_s(z) = \left( \frac{p_s}{1 - q_s G_s(z)} \right)^{a_s}$
- pro  $\Lambda_1, \dots, \Lambda_s$  nezávislé, máme pro celé portfolio vytvořující fci

$$R_{PF}(z) = R_1(z) \cdot \dots \cdot R_s(z)$$

## 1.2. CreditMetrics model

# CreditMetrics Model

- založen na kreditní migraci  $\{AAA, AA, A, \dots, D\}$
- matici přechodu mezi ratingovými třídami, lze modelovat MŘ
- modelování hodnoty pohledávky (úvěry, dluhopisy) za časové období (1 rok)
- tj. současná hodnota  $i$ -té pohledávky

$$\sum_{t=1}^T \frac{d_t}{(1 + r_i)^t},$$

- ▶  $d_t$  je výše splátky
- ▶  $r_i$  je rizikový úrok, závislý na ratingu  $i$ -té pohledávky

## 1.3. KMV model

# KMV Model

- Rozdíl mezi KMV a CreditMetrics modelem je v tom, že KMV rozlišuje pouze dva „ratingy“ splaceno/default, zatímco CreditMetrics sleduje rating dluhopisů firmy.



# Schematický pohled na KMV model

- riziko dlužníka (proti strany) dělíme na dvě složky *SYSTEMATICKOU* a *SPECIFICKOU*
- systematickou složku dále dělíme podle *druhu podnikání a země*
  - ▶ globální ekonomické faktory pro podnikání
  - ▶ regionální faktory pro podnikání
- specifická složka obsahuje individuální faktory pro podnikání
- KMV modeluje pravděpodobnost defaultu

# Co modelujeme? Pomocí čeho?

- default nastane v čase  $T$ , pokud hodnota aktiv klesne pod daný práh  $c_i$ . Tedy modelujeme

$$P(A_{i,T} < c_i),$$

$A_{i,T}$  je hodnota aktiv dlužníka  $i$  v čase  $T$

- definujeme logaritmický výnos

$$r_i = \log \frac{A_{i,T}}{A_{i,0}}$$

# KMV 1. úroveň

- $r_i = \beta_i \Phi_i + \varepsilon_i, \quad i = 1, \dots, I \quad (*)$ 
  - ▶  $\Phi_i \dots$  kompozitní faktor
  - ▶  $\{\varepsilon_i\} \dots$  n.v. navzájem nezávislé a nezávislé na  $\Phi_i$
  - ▶  $\beta_i \dots$  konstanty
- rozklad rozptylu na systematickou a specifickou složku

$$\text{var } r_i = \beta_i^2 \text{var } \Phi_i + \text{var } \varepsilon_i$$

- reziduální část

$$1 - \frac{\beta_i^2 \text{var } \Phi_i}{\text{var } r_i},$$

Lze interpretovat jako procentní míru rizika dlužníka  $i$

- zlomku ve výše uvedeném výrazu též říkáme koeficient determinace regresní rovnice (\*)

## KMV 2. úroveň

- rozklad  $\Phi_i$  podle druhu podnikání a zemí

$$\Phi_i = \sum_{k=1}^K w_{i,k} \Psi_k \quad i = 1, \dots, I$$

- $\Psi_k, k = 1, \dots, K_0$  jsou indexy pro druh podnikání
  - $\Psi_k, k = K_0 + 1, \dots, K$  jsou indexy pro zemi
  - $w_{i,k}$  váhy
- maticový zápis

$$\mathbf{r} = \mathbf{b} \cdot \mathbf{W} \cdot \mathbf{\Psi} + \mathbf{e}$$

## KMV 3. úroveň

- vyjádření  $\Psi_k$  globálními faktory  $\Gamma_1, \dots, \Gamma_N$

$$\Psi_k = \sum_{n=1}^N b_{k,n} \Gamma_n + \delta_k, \quad k = 1, \dots, N$$

- ▶  $b_{k,n}$  ... jsou bety pro druh podnikání
  - ▶  $\delta_k$  ... jsou rezidua
- maticový zápis:  $\Psi = \mathbf{B} \cdot \Gamma + \mathbf{d}$
- celkový maticový zápis

$$\mathbf{r} = \mathbf{b} \cdot \mathbf{W} \cdot (\mathbf{B} \cdot \Gamma + \mathbf{d}) + \mathbf{e}$$

# Pravděpodobnost defaultu

- prst defaultu v čase  $T$  (připomenutí):  $P(A_{i,T} < c_i)$
- po zlogaritmování a odečtení  $\log A_{i,0}$

⇒ pravděpodobnost defaultu v čase  $T$ :

$$P(A_{i,T} < c_i) = P \left[ r_i < \log \left( \frac{c_i}{A_{i,0}} \right) \right]$$

## 2. Basel

- **1974** založen Bazilejský výbor pro bankovní dohled
- **1988** Basel I - stanovení požadovaného minimálního kapitálového požadavku (8% rizikově vážených aktiv)
- **1993** skupina G30 složená z významných představitelů bank, veřejného sektoru a akademické obce začala usilovat o řádné posuzování bankovních produktů ⇒ vznik RiskMetrics a VaR
- **2002** první přípravy k Baselu II
- **2004** schválení nového konceptu Basel II ⇒ vedle standardního přístupu lze využít možnost *interního oceňování úvěrového rizika* tzv. IRB approach
- **2017** Basel III



### 3. Přestávka

## 4. Úvodní slovo k našemu výzkumu

# Naše situace

- Co předpokládáme
  - ▶ Banka s velkým počtem klientů (dlužníků)
  - ▶ Dlužník  $i$  má v čase  $t$  aktiva  $A_{i,t}$
  - ▶ Pravidelná splátka  $b$
- Co chceme
  - ▶ Procento defaultujících klientů - DR
  - ▶ Proměnlivou hodnotu zástavy v čase
    - ⇒ Kolik dostaneme zpět v případě defaultu.

# KMV model I

- v další části přednášky se budeme odvolávat na KMV model v tomto tvaru
- Logaritmický Brownův pohyb pro hodnotu bohatství

$$\log A_{i,1} = \log A_{i,0} + \eta + \gamma X_i \quad (1)$$

- ▶  $A_{i,0} \dots$  bohatství  $i$ -tého dlužníka v čase 0
- ▶  $\eta, \gamma \dots$  konstanty
- $X_i = Y + Z_i$ 
  - ▶  $Y$  je systematický faktor,  $Z_i$  jsou individuální faktory
  - ▶  $Z_i$  iid a nezávislé s  $Y$
  - ▶  $Y, Z_i, i = 1, \dots, n$  n.v. centrované s normálním rozdělením
  - ▶  $\text{corr}(X_i, X_j) = \rho, i \neq j$

## KMV model II

- default = stav, kdy hodnota aktiv poklesne pod hodnotu  $c_i$
- default rate (DR):

$$DR = \frac{\# \text{ defaultu}}{\# \text{ dluhu}}$$

- $PD_i = P[A_{i,1} < c_i] = P[X_i < d_i]$ ,  $d_i = \frac{\log c_i - \log A_{i,0} - \eta}{\gamma}$
- $PD = PD_i$  plyne z předpokladu, že individuální faktory jsou stejně rozdělené
- $P(DR \leq x) \doteq \Phi \left( \frac{\sqrt{1-\rho} \Phi^{-1}(x) - \Phi^{-1}(PD)}{\sqrt{\rho}} \right)$ 
  - ▶ **použití ZVČ vzhledem k systematickému faktoru**
  - ▶  $\Phi$  je d.f. standardního normálního rozdělení
- LGD (=1-RR) je fixní
  - ▶ RR je recovery rate, tj. procento z dluhu, které v případě defaultu dostane banka zpět
- ztráta  $L = LGD \cdot DR$

# Jednofaktorové modely pro LGD I

- následující jednofaktorové modely lze nalézt např. v Dullmann (2004), kde jsou formulovány pro recovery ratio ( $LGD = 1 - RR$ )
- $LGD_j = 1 - (\mu + \sigma\sqrt{\omega}X + \sigma\sqrt{1-\omega}Z_j)$ 
  - ▶  $Z_j \dots$  specifická složka s  $N(0,1)$
  - ▶  $\omega \dots$  korelace mezi  $X, Z_j$
  - ▶ Výhoda:  $\mu, \sigma \dots$  jasná interpretace mean recovery,
- log-normální RR

$$LGD_j = 1 - \exp\{\mu + \sigma\sqrt{\omega}X + \sqrt{1-\omega}Z_j\}$$

- ▶  $X, Z_j$  vlastnosti jako výše
- ▶ výhoda: log-normální rozdělení je více realistické
- ▶ interpretace koeficientů již není tak přímočará

# Jednofaktorové modely pro LGD II

- Logit

$$Y_j(X) = \mu + \sigma\sqrt{\omega}X + \sqrt{1-\omega}Z_j$$

$$LGD_j = 1 - \frac{\exp\{Y_j(X)\}}{1 + \exp\{Y_j(X)\}}$$

- A mnoho dalších, probit, gompit...
- Další „třídy“ modelů RR modelujeme v závislosti na ekonomickém cyklu; na základě BV

## Model pro LGD Frye (2000)

- modelujeme LGD jako funkci kolaterálu (zástavy) tj.

$$LGD_i = \max\{0; Collateral_i\}$$

- ▶  $Collateral_i = \mu_i(1 + \sigma_i C_i)$
- ▶  $\mu_i, \sigma_i$  konstanty
- ▶  $C_i$  rizikový faktor
- rizikový faktor vyjádříme jako fci systematické ( $Y$ ) a specifické ( $E_i$ ) složky rizikového faktoru

$$C_i = \sqrt{q}Y + \sqrt{1 - q}E_i$$

- pro rizikový faktor defaultu máme z KMV modelu

$$X_i = \sqrt{p}Y + \sqrt{1 - p}Z_i$$

- $\Rightarrow$  korelace mezi defaultem a LGD je řízena tím, jak faktory  $X_i$  a  $C_i$  závisí na  $Y$



# Model pro LGD Pykhtin (2003)

- LGD závisí na jednom systematickém faktoru a na dvou specifických faktorech

$$C_i = \sqrt{q}Y + \sqrt{1 - q}E_i$$

$$E_i = \sqrt{w}Z_i + \sqrt{1 - w}E'_i$$

- ▶ systematický faktor  $Y$  řídí jak default tak LGD
- ▶  $w$  je korelace mezi dvěma specifickými faktory
- ▶ tento přístup mimo jiné využívá společnost Moody's (Meng et al. 2010)

## 5. Gapko a Šmíd model

# Gapko a Šmíd model pro defaulty - předpoklady I

- bohatství je řízené logaritmickým Brownovým pohybem

$$\log A_{i,t} = \log A_{i,t-1} + \Delta Y_t + V_{i,t} \quad i \leq n \quad (2)$$

- ▶  $\Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1}$
- ▶  $Y_t$  systematický(common) faktor řízený obecným stochastickým procesem
- ▶  $V_{i,t}$  specifický faktor i-tého dlužníka
- ▶  $n$  počet dlužníků

## Gapko a Šmíd model pro defaulty - předpoklady II

$$\log A_{i,t-1} = Y_{t-1} + V_{i,t-1} \quad i \leq n \quad (3)$$

- zjednodušující předpoklad, že délka dluhu je jedno období
- $V_{i,t}$  nezávislé s  $Y_t$
- $\Rightarrow DR_t = P[A_{i,t} < c_i | \bar{Y}_t] = P[V_{i,t} < \log c_i - Y_t | \bar{Y}_t] = \Psi(\log c_i - Y_t)$ 
  - ▶  $\Psi$  je d.f. n.v.  $V_{i,t}$
  - ▶  $V_{i,t}$  stejně rozdělené a  $EV_{i,t} = 0$ ,  $var V_{i,t} = \sigma^2$
  - ▶  $\bar{Y}_t = (\Delta Y_1, \dots, \Delta Y_{t-1})$
- $\Rightarrow$  transformace  $\Delta Y_t = \Psi^{-1}(DR_{t-1}) - \Psi^{-1}(DR_t)$ 
  - ▶  $\Psi$  je obecná d.f., pro výpočty používáme d.f.  $N(0,1)$

# Gapko a Šmíd model pro LGD - předpoklady

- dynamika hodnoty kolaterálu (zástavy)

$$\log P_{i,t} = \log a_i + I_t + E_{i,t} \quad (4)$$

- ▶  $P_{i,t}$  ... hodnota kolaterálu
- ▶  $I_t$  ... nepozorovatelný systematický (common) faktor řídící LGD
- ▶  $E_{i,t}$  ... centrováný specifický faktor nezávislý na  $(I_t, Y_t)_{t>0}$
- ▶  $a_i$  ... konstanta

- recovery ratio

$$G_i = \frac{\min\{P_{i,t}, C_i\}}{C_i} \quad (5)$$

- ▶  $C_i$  ... velikost dluhu  $i$ -tého dlužníka

# Gapko a Šmíd model pro LGD

$$LGD_t = 1 - E(G_1|I_t) = h(I_t) \quad (6)$$

- $h(t) = \Phi\left(-\frac{t}{\sigma}\right) - \exp\left\{t + \frac{1}{2}\sigma^2\right\} \Phi\left(-\frac{t}{\sigma} - \sigma\right)$ 
  - ▶ za předpokladu, že  $E_1$  je normálně rozdělené s rozptylem  $\sigma^2$
- detailní odvození fce  $h$  lze nalézt v Gapko(2012), zkrácený výpočet je uveden v Apendixu
- $\Rightarrow$  transformace  $LGD_t = h(I_t)$

# Podmodel Gapko a Šmíd - VECM s jedním zpožděním

- podmodel pro řídicí faktory

$$\Delta y_t = \alpha_1 + \beta_1 \Delta y_{t-1} + \gamma_1 \Delta I_{t-1} + \delta_1 \mathbf{e}_{t-1} + \varepsilon_{1,t} \quad (7)$$

$$\Delta I_t = \alpha_2 + \beta_2 \Delta y_{t-1} + \gamma_2 \Delta I_{t-1} + \delta_2 \mathbf{e}_{t-1} + \varepsilon_{2,t} \quad (8)$$

►  $y_t = \frac{\Delta Y_t}{|\Delta Y_{t-1}|}$

# Citlivostní analýza LGD

- funkce  $h$ :

$$h(t) = \Phi\left(\frac{-t}{\sigma}\right) - \exp\left\{t + \frac{1}{2}\sigma^2\right\}\Phi\left(\frac{-t}{\sigma} - \sigma\right) \quad (9)$$

- první derivace:

$$h'(t) = -\exp t + \frac{1}{2}\sigma^2\phi\left(\frac{-t}{\sigma} - \sigma\right) \quad (10)$$

- druhá derivace:

$$h''(t) = \frac{-1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\exp\frac{t^2}{2\sigma^2} - \exp t + \frac{1}{2}\sigma\phi\left(\frac{-t}{\sigma} - \sigma\right) \quad (11)$$

- inflexní bod  $h''(t) \stackrel{???}{=} 0$ :

$$\phi\left(\frac{-t}{\sigma} - \sigma\right) \stackrel{???}{=} \frac{1}{\sigma}\varphi\left(\frac{-t}{\sigma} - \sigma\right) \quad (12)$$



## 6. Náš podmodel

# Náš podmodel

- Struktura

- ▶ Model pro default – stejný jako GŠ
- ▶ Model pro ztrátu

$$L_t = DR_t \cdot h(I_t) \quad (13)$$

- ▶ Model pro řídicí faktory – další slide

# Náš podmodel - idea zpětného ovlivnění

- faktor  $I_t$  reprezentuje nemovitostní index (house price index)
- # lidí, kteří nejsou schopni splácet své dluhy roste
  - ⇒ # nesplacených dluhů roste ve všech bankách
  - ⇒ banky ztrácí likviditu
  - ⇒ prodej nemovitostí pro nabytí likvidity
  - ⇒ # nemovitostí k prodeji na trhu roste
  - ⇒ cena klesá

# Náš nový podmodel

- model pro řídicí faktory

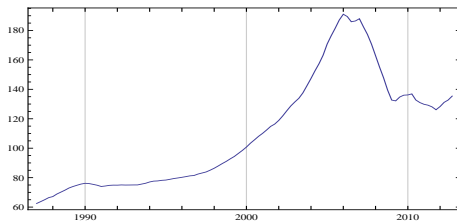
$$\Delta Y_t = C_1 + a_1 \Delta Y_{t-1} + b_1 \Delta Y_{t-2} + \underbrace{c_1 \Delta L_{t-3} + d_1 \Delta L_{t-4}}_{\text{retrospektivní interakce}} + e_1 \Delta I_{t-2} + \varepsilon_{1,t} \quad (14)$$

$$\Delta I_t = C_2 + a_2 \Delta Y_{t-2} + b_2 \Delta Y_{t-3} + c_2 \Delta DR_{t-3} + d_2 \Delta DR_{t-4} + e_2 \Delta I_{t-1} + f_2 I_{t-2} + g_2 \Delta I_{t-3} + \varepsilon_{2,t} \quad (15)$$

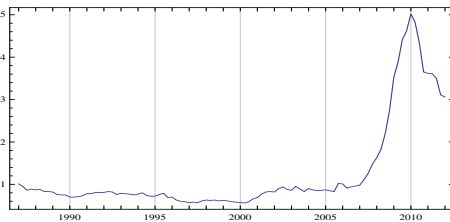
- ▶ lineární VECM se změnil na nelineární model
- ▶ zpětná interakce

- default rate
  - ▶ od The Mortgage Bankers Association
- nemovitostní index – HPI
  - ▶ od S&P
- nemáme k dispozici žádná data k LGD, ale předpokládáme, že řídicím faktorem je nemovitostní index *HPI*.

- Nemovitostní index



- US 90+ delinquency rates



# Estimation I

Used observations 1988Q2 – 2012Q1 ( $T = 96$ )  
dependent variable:  $\Delta Y_t$

	Coefficient	Standard dev.	p-value	
const	-0.003	0.003	0.241	
$\Delta L_{t-3}$	173.563	32.508	0.000	***
$\Delta L_{t-4}$	-46.434	24.557	0.062	*
$\Delta HPI_{t-2}$	0.002	0.001	0.010	***
$\Delta Y_{t-1}$	-0.624	0.092	0.000	***
$\Delta Y_{t-2}$	-0.609	0.101	0.000	***

## Estimation II

Used observations 1988Q2 – 2012Q2 ( $T = 97$ )  
dependent variable:  $\Delta I_t$

	Coefficient	Standard dev.	p-value	
const	0.098	0.148	0.507	
$\Delta DR_{t-3}$	520.260	183.270	0.006	***
$\Delta DR_{t-4}$	-557.790	192.914	0.005	***
$\Delta Y_{t-2}$	12.281	5.521	0.029	**
$\Delta Y_{t-3}$	29.499	8.718	0.001	***
$\Delta I_{t-1}$	1.041	0.097	0.000	***
$\Delta I_{t-2}$	-0.377	0.137	0.007	***
$\Delta I_{t-3}$	0.212	0.099	0.035	**



## 7. Závěr

- navrhli jsme nový model pro ztrátu banky, aplikovali jsme reálná data
- ukázali jsme, že nelineární chování řídicího faktoru  $Y_t$  je signifikantní
- další výzkum
  - ▶ nelineární transformace  $DR_t$
  - ▶ předpoklad, že vstupní data jsou zatížena chybou, např.  $I_t = HPI_t + \varepsilon_t$
  - ▶ vyvinutí víceperiodický model

## Appendix – výpočet fce $h$

$$\bullet h(l_t) = 1 - E(G_1|I_1) = 1 - E[e^l e^{\min\{E_1, -l\}}|I] =$$

$$= 1 - e^l \left[ \int_{-\infty}^{-l} e^x dF(x) + e^{-l(1-F(-l))} \right] = F(-l) - e^l \int_{-\infty}^{-l} e^x dF(x)$$

- ▶  $h(t) = F(-t) - e^t \int_{-\infty}^{-t} e^x dF(x) = e^t \int_{-\infty}^{-t} F(x) e^x dx$
- ▶ Za předpokladu, že  $E_1$  má normální rozdělení s rozptylem  $\sigma^2$   
 $\Rightarrow F(x) = \Psi(x/\sigma)$
- ▶  $h(t) = \Phi\left(-\frac{t}{\sigma}\right) - \exp\left\{t + \frac{1}{2}\sigma^2\right\} \Phi\left(-\frac{t}{\sigma} - \sigma\right)$

# Publication



J. Dufek:

Non-linear multi-factor model.

WDS'13: 102–106, 2013.



J. Dufek and M. Šmíd:

Multifactor dynamic credit risk model.

MME2014: 185–190, 2014.

# Literatura I



K. Dullmann and M. Trapp:

Systematic risk in recovery rates - an empirical analysis of U.S. corporate credit exposure.

Working paper, Deutsche Bundesbank, Frankfurt, Germany, 2004.



J. Frye :

Depressing recoveries.

Risk,13(11): 106--111, 2000.



P. Gapko and M. Šmíd:

Dynamic Multi-Factor Credit Risk Model with Fat-Tailed Factors.  
Czech Journal of Economics and Finance, 62(2): 125–140, 2012.



Y. W. Park and D. W. Bang:

Loss given default of residential mortgages in a low ltv regime: Role of foreclosure auction process and housing market cycles.

*Journal of Banking & Finance*ournal of Banking & Finance, 39:  
192–210, 2014.

## Literatura II



MV Pykhtin :  
Unexpected Recovery Risk.  
*Risk*, 16(8):74–78, 2003.



O. A. Vasicek:  
The distribution of loan portfolio value.  
*Risk*, 15(12): 160 – 162, 2002.



M. Qi and X. Yang:  
Loss given default of high loan-to-value residential mortgages.  
*Journal of Banking & Finance journal of Banking & Finance*, 33(5):  
788–799, 2009.



M. Qi:  
Credit Securitizations and Derivatives: Challenges for the Global  
Markets , pages 33–52, Mortgage Credit Risk, 2013.



Y. Zhang, L. Chi, F. Liu, and L. Ji:

Local Housing Market Cycle and Loss Given Default: Evidence from Sub-Prime Residential Mortgages.

International Monetary Fund. Working paper, 2010.

Děkuji za pozornost.