

# Pricing produktů životního pojištění

*z cyklu Pojistný matematik v praxi*

Martin Kalaš  
Allianz pojišťovna, a.s.

Aktuárský seminář MFF  
5. 4. 2024



# Kdo jsem ...



Ředitel pricingu, portfolio managementu a datových analýz

Allianz pojišťovna, a.s.

Allianz penzijní společnost, a.s.

[martin.kalas@allianz.cz](mailto:martin.kalas@allianz.cz)

## Co mám už za sebou:

### Allianz pojišťovna

- 2018-2020: Head of Pricing and Portfolio management
- 2017-2018: Head of Portfolio management
- 2013-2017: Actuary
- 2011-2012: Life Actuary (student)

### Humboldt Universität zu Berlin

- 2012-2013: Erasmus

### MFF UK

- 2008-2013: Studium Finanční a pojistné matematiky
- Dlouholetý člen florbalového oddílu

# Osnova přednášky

1. Úvod do rizikového životního pojištění
2. Role pricingového aktuára
3. Metoda Cash-flow modelu
4. Aktuárské předpoklady a jejich analýzy
5. Sensitivity a RoRC
6. Shrnutí a diskuze



# Osnova přednášky

## 1. Úvod do rizikového životního pojištění

2. Role pricingového aktuára

3. Metoda Cash-flow modelu

4. Aktuárské předpoklady a jejich analýzy

5. Sensitivity a RoRC

6. Shrnutí a diskuze



# Rizikové životní pojištění

- Jak typicky vypadá
  - Základní pojištění smrti a volitelná investice
  - Libovolná skladba rizik (= připojištění)
  - Na jedné smlouvě lze pojistit i více osob (rodina)
- Hlavní rizika
  - Smrt
  - Závažná onemocnění
  - Trvalé následky úrazu
  - Invalidita
  - Pracovní neschopnost
  - Hospitalizace
  - Denní odškodné úrazem

**ALLIANZ ŽIVOT**



**NN Orange Risk**



# Osnova přednášky

1. Úvod do rizikového životního pojištění

**2. Role pricingového aktuára**

3. Metoda Cash-flow modelu

4. Aktuárské předpoklady a jejich analýzy

5. Sensitivity a RoRC

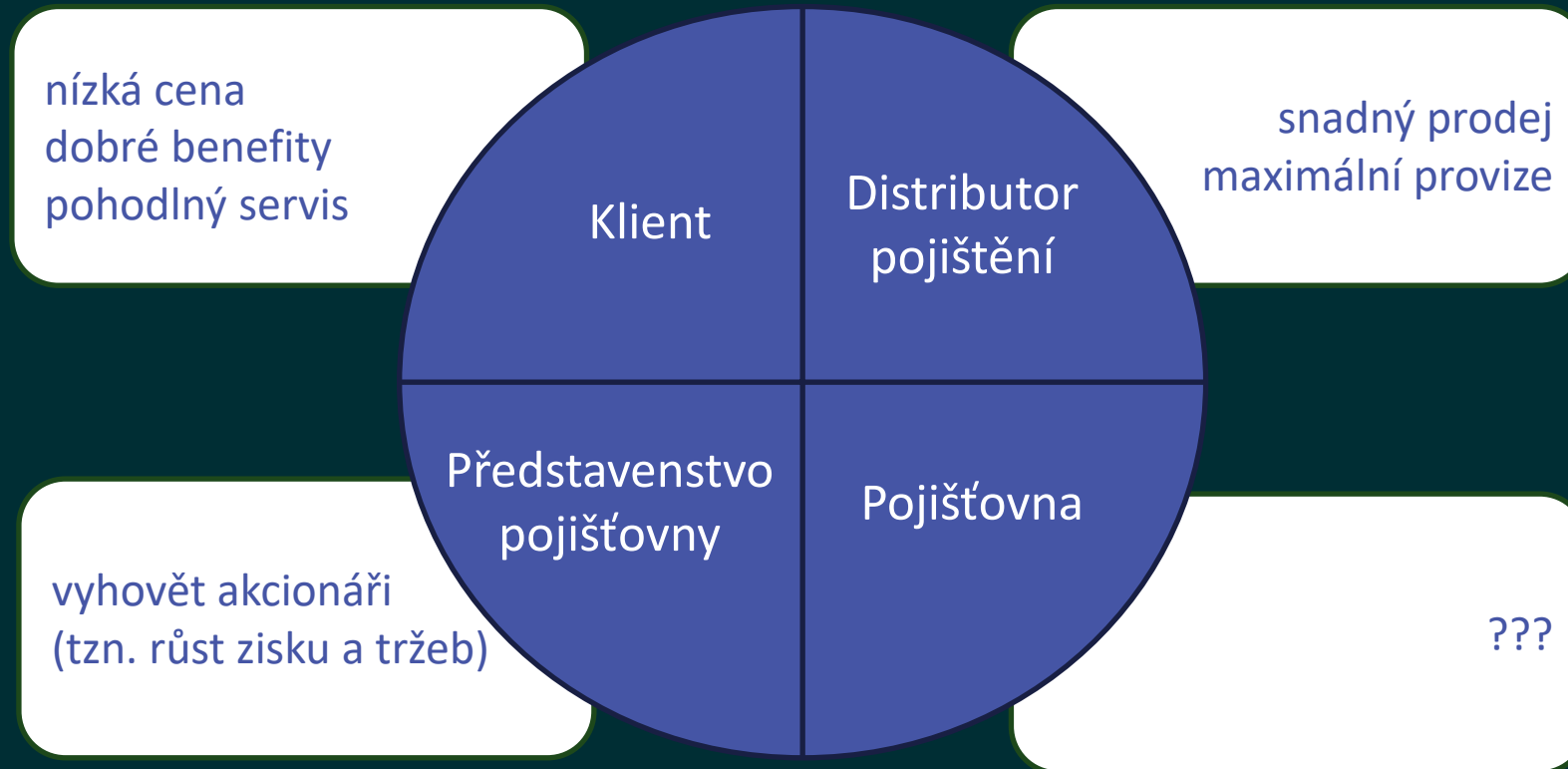
6. Shrnutí a diskuze



# Role pricingového aktuára při vývoji produktu



# Pricingový aktuár a jeho „stakeholders“





# Hlavní úkol pricingového aktvára

- Stanovit cenu tak, aby...
  - Teoreticky:  
*Pojistné – Škodní plnění – Náklady – Provize = Očekávaný zisk*
  - Prakticky:
    - Sazebník
    - Případný systém obchodních slev
    - Tak aby:
      - Ziskovost byla dostatečná
      - Prodeje byly dostatečné
      - Klienti získali za svoje peníze adekvátní hodnotu (value for money)
- Balancovat optimistické a konzervativní pohledy
- Umět kvantifikovat dopady různých zvažovaných změn

# Osnova přednášky

1. Úvod do rizikového životního pojištění
2. Role pricingového aktuára
- 3. Metoda Cash-flow modelu**
4. Aktuárské předpoklady a jejich analýzy
5. Sensitivity a RoRC
6. Shrnutí a diskuze



# Výpočetní koncepty

- **Cash-flow model**
  - Modelujeme do budoucna vývoj finančních toků spojených s pojistnou smlouvou
- **Hodnota nového obchodu = Value of New Business (VNB):**

$$VNB = PV \text{ pojistné} - PV \text{ škody} - PV \text{ náklady} - PV \text{ provize} - Risk \text{ Margin}$$

kde:

- **PV (Present Value)** = současná hodnota budoucího finančního toku
- **Risk Margin** je bezpečnostní přírážka odvozená jako cena, kterou pojišťovna (skrže ušlou jinou investiční příležitostí) platí za to, že musí držet potřebný rizikový kapitál spojený s danými pojistnými smlouvami

- **Marže nového obchodu = New Business Margin (NBM):**

$$NBM = \frac{VNB}{PV \text{ pojistné}}$$

$$Risk \text{ margin} = CoC * \sum_{t=1}^T RC(t) * \frac{1}{(1 + RFR(t))^t}$$

Where:

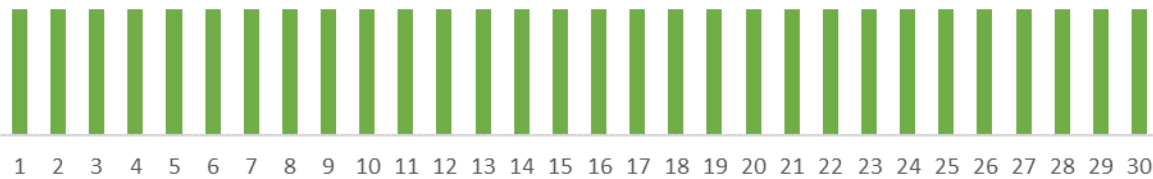
CoC is the cost of capital

RC(t) is the required capital for the risks in scope at time t

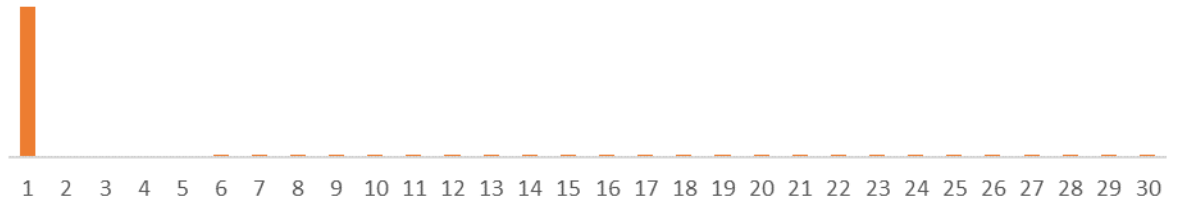
RFR(t) is the risk free rate for maturity t

# Příklad: Cash-flow pojistné smlouvy

Pojistné



Provize



Škody



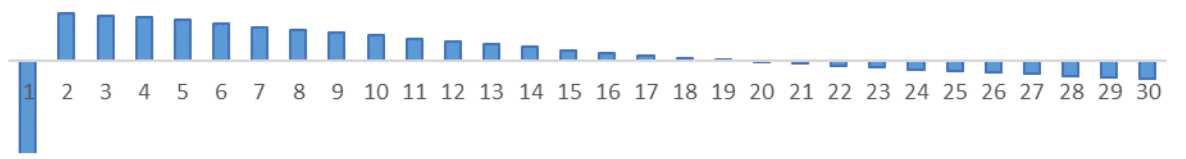
Celkem = Profit (bez Risk Margin)



Náklady

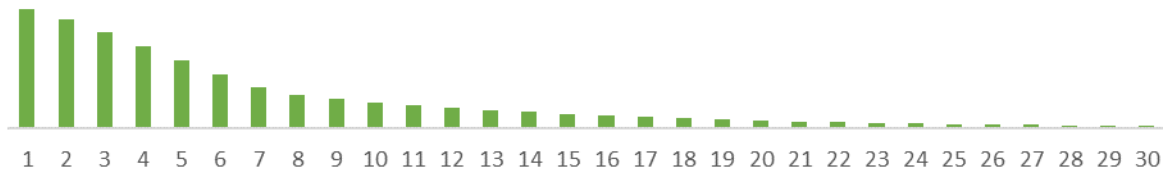


PVFP = PV Future Profits



# Stejné Cash-flow s dekrementy

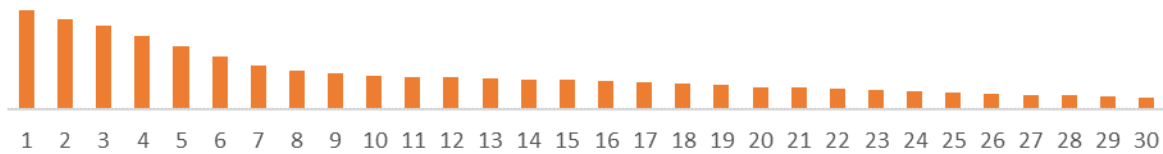
Pojistné



Provize



Škody



Celkem = Profit (bez Risk Margin)



Náklady



PVFP = PV Future Profits



Dekrementy = storna, úmrtí, případně i incidence (u některých typů rizik)

# Osnova přednášky

1. Úvod do rizikového životního pojištění
2. Role pricingového aktuára
3. Metoda Cash-flow modelu
- 4. Aktuárské předpoklady a jejich analýzy**
5. Sensitivity a RoRC
6. Shrnutí a diskuze



# Hlavní aktuárské předpoklady pro cash-flow model

Pro základní cash-flow na pojistné smlouvě:

- Úmrtnost (mortalita)
- Incidence ostatních rizik (morbidita)
- Stornovost
- Diskontní křivka
- Náklady
- Provize

Navíc pro vyčíslení Risk Margin:

- Cost of Capital (%) pro výpočet Risk Margin

Navíc pro modelování celého produktu:

- Očekávaný business mix (struktura klientů, rizik, pojistných částek, distribučních kanálů...)

# Analýzy úmrtnosti

- Základem je úmrtnostní křivka ČSÚ
- Analýza vlastní expozice a úmrtí v kmeni -> selekční koeficient

- Projekce úmrtnosti do budoucna:  
např. Lee-Carter model

$$\log(m_{x,t}) = a_x + k_t * b_x + \varepsilon_{x,t}, \quad t = 1, \dots, T, x = x_1, \dots, x_k$$

$m_{x,t}$ ...věkově specifická míra úmrtnosti

$a_x$ ...průměrná věkově-specifická složka úmrtnosti

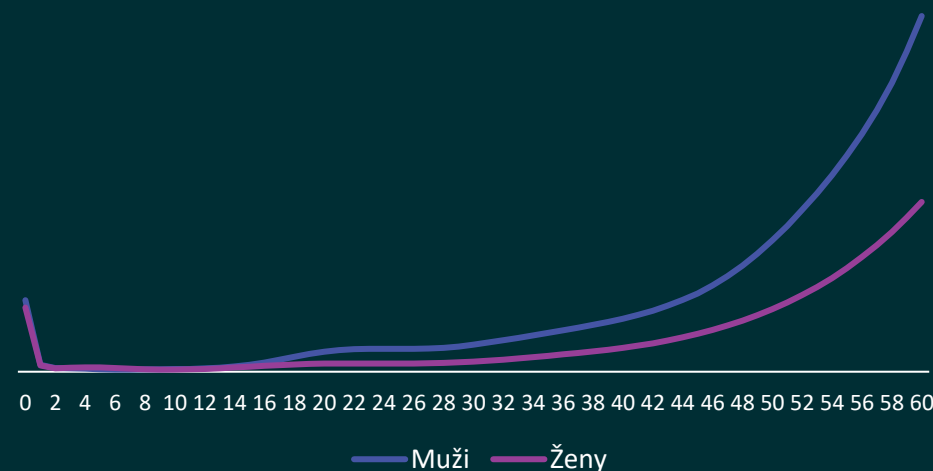
$b_x$ ...sensitivita v daném věku  $x$  na změnu v čase

$k_t$ ...změna úmrtnosti v čase

$\varepsilon_{x,t}$ ...odchylka modelu (vzájemně nezávislé a stejně rozdělené náhodné veličiny s normálním rozdělením s nulovou střední hodnotou)

- Omezení pro jednoznačné řešení:  $\sum_t k_t = 0$  a  $\sum_x b_x = 1$

Úmrtnost ČSÚ 2022 (věk 0-60 let)

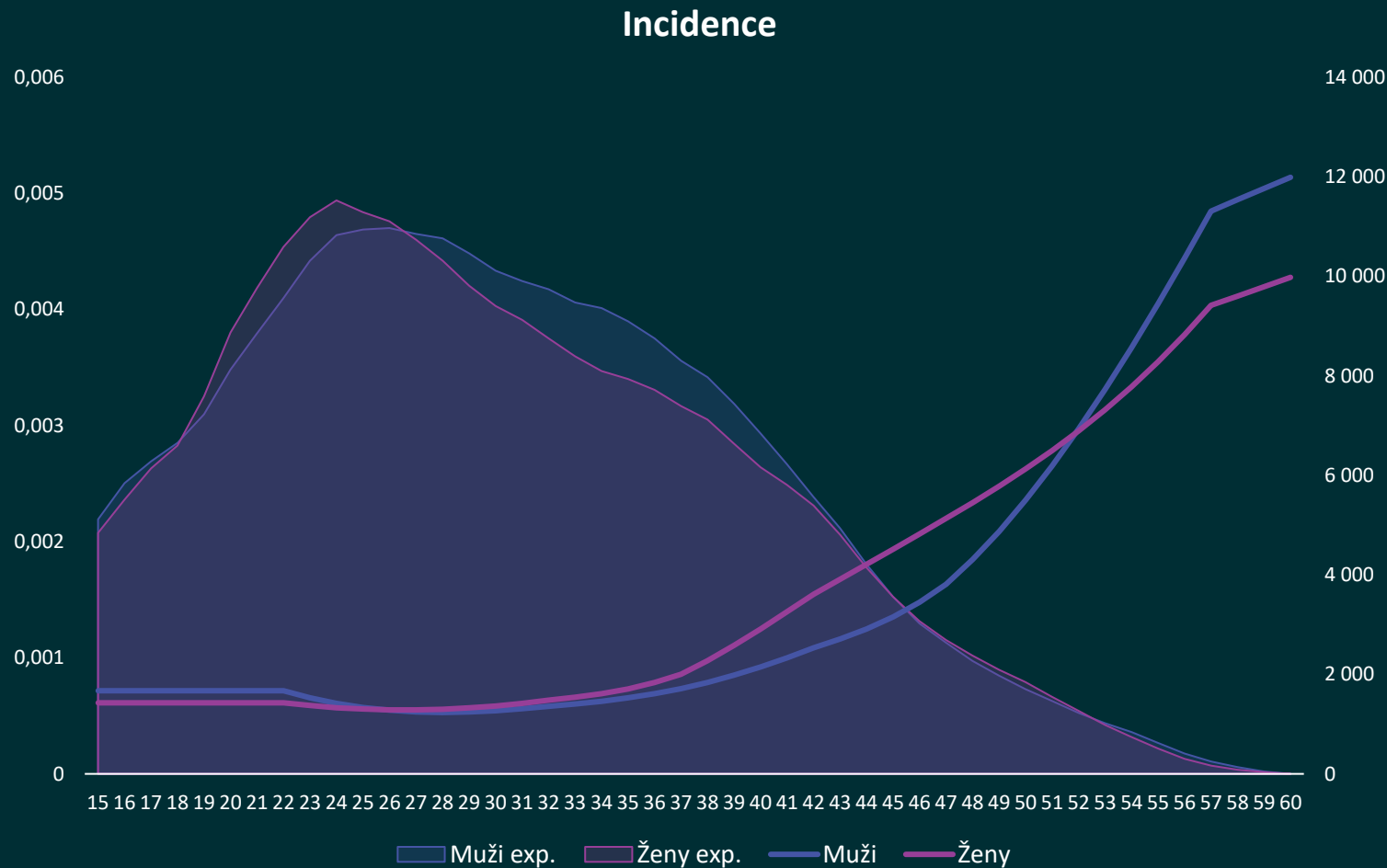




# Analýzy incidencí

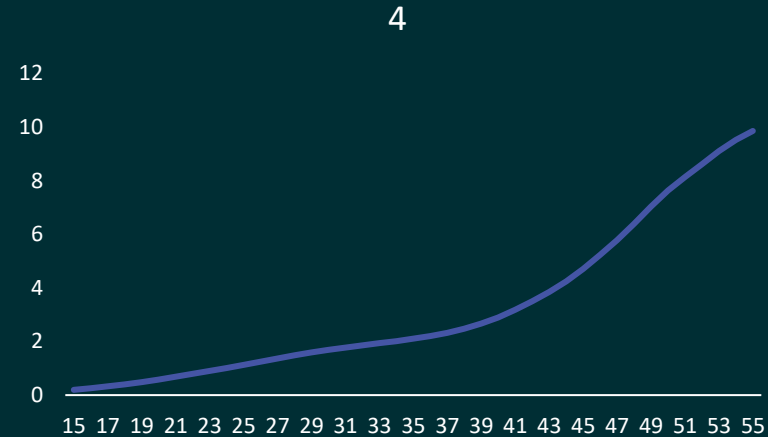
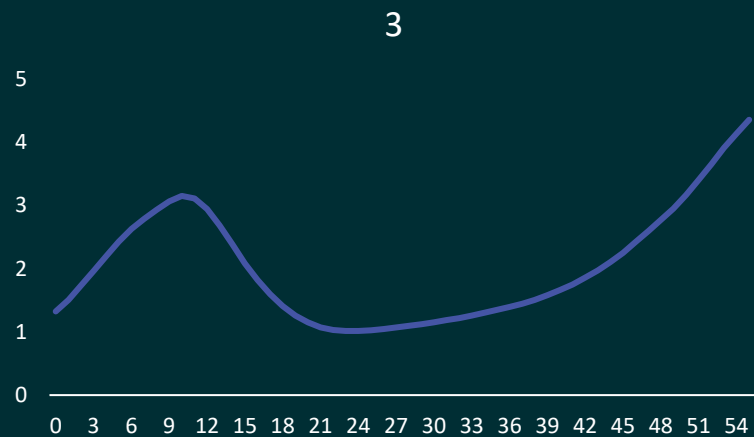
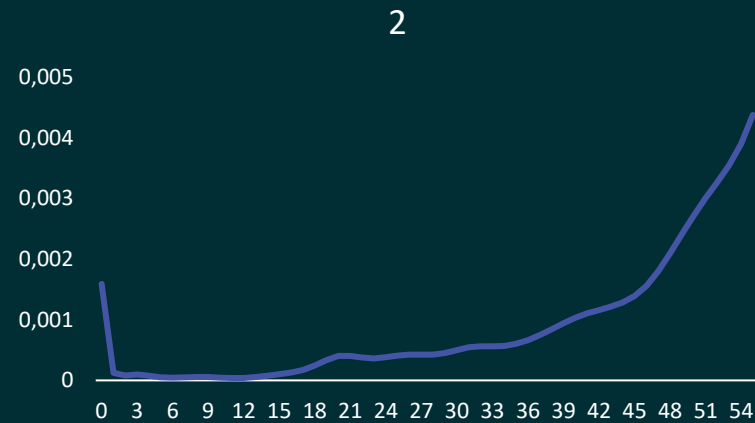
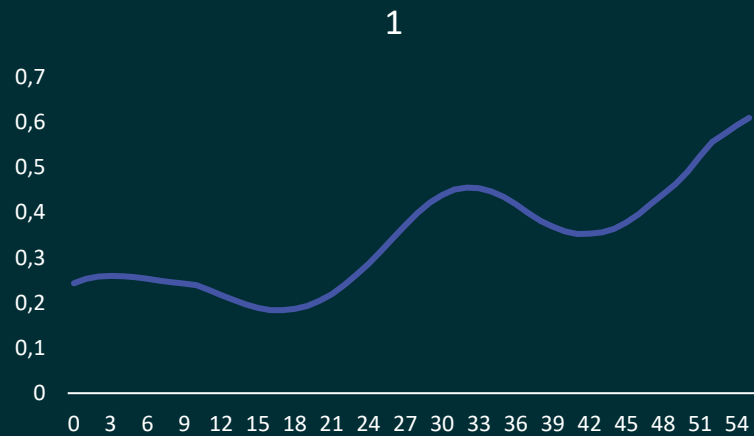
- Modelujeme zvláště **frekvenci** ( $i_x, i_y$ ) a **severitu** ( $T_x, T_y$ )
- Kombinovaná incidence:  $i_x * T_x, i_y * T_y$
- **Základní metoda:** jednorozměrná analýza incidence v závislosti na věku a pohlaví pojištěné osoby, případně v závislosti na dalších faktorech (zaměstnání, kuřák, BMI, ...)
  - Příprava dat o pozorované expozici a škodních událostech (interní data pojišťovny)
  - Vyhlazování pozorování matematickými metodami (např. klouzavé průměry, prokládání funkcemi, ...)
  - Extrapolace chvostů (typicky pro vyšší věky s nízkou expozicí v kmeni)
- **Zdroje dat:**
  - Vlastní data (zejména vysokofrekvenční rizika s nízkou severitou)
  - Veřejně dostupná data (ČSÚ, ÚZIS, ČSSZ...; zejména nízkofrekvenční rizika s vysokou severitou)
  - Další zdroje: např. analýzy zajišťovatele na větším kmeni, apod.

# Ukázka – incidence invalidity



- Zdroj incidenční křivky: ČSSZ
- Invalidita 2.+3. stupně
- V případě invalidity aktuár modeluje pouze frekvenci, protože severitou je pojistná částka zvolená klientem
- Expozice pro srovnání z kmene pojišťovny
- Princip rostoucího rizika s věkem pojištěného -> pojišťovna buduje matematickou rezervu (komutační čísla)

# Otázka: přiřadte incidenční křivku ke správnému riziku



A) Pracovní  
neschopnost -  
ženy

B) Denní  
odškodné -  
muži

C)  
Hospitalizace -  
ženy

D) Smrt - muži

# Analýzy incidencí pomocí GLM

- Vysokofrekvenční rizika s nízkou severitou -> dostatečný počet pozorování i na straně škod umožňuje další typy statistické analýzy
- **Zobecněné lineární modely (GLM):**

$$\mu_i = g(\vartheta_i) = \sum_{j=1}^p x_{ij}\beta_j + \varepsilon_i, i = 1, \dots, n \quad \text{kde}$$

$\mu_i$ ...lineární prediktor pro pozorování  $i$

$g$ ...spojovací (link) funkce – monotónní a diferencovatelná

$\vartheta_i$ ...systematická složka pro pozorování  $i$

$\beta_j$ ...koeficient vyjadřující vliv vysvětlující proměnné  $j$

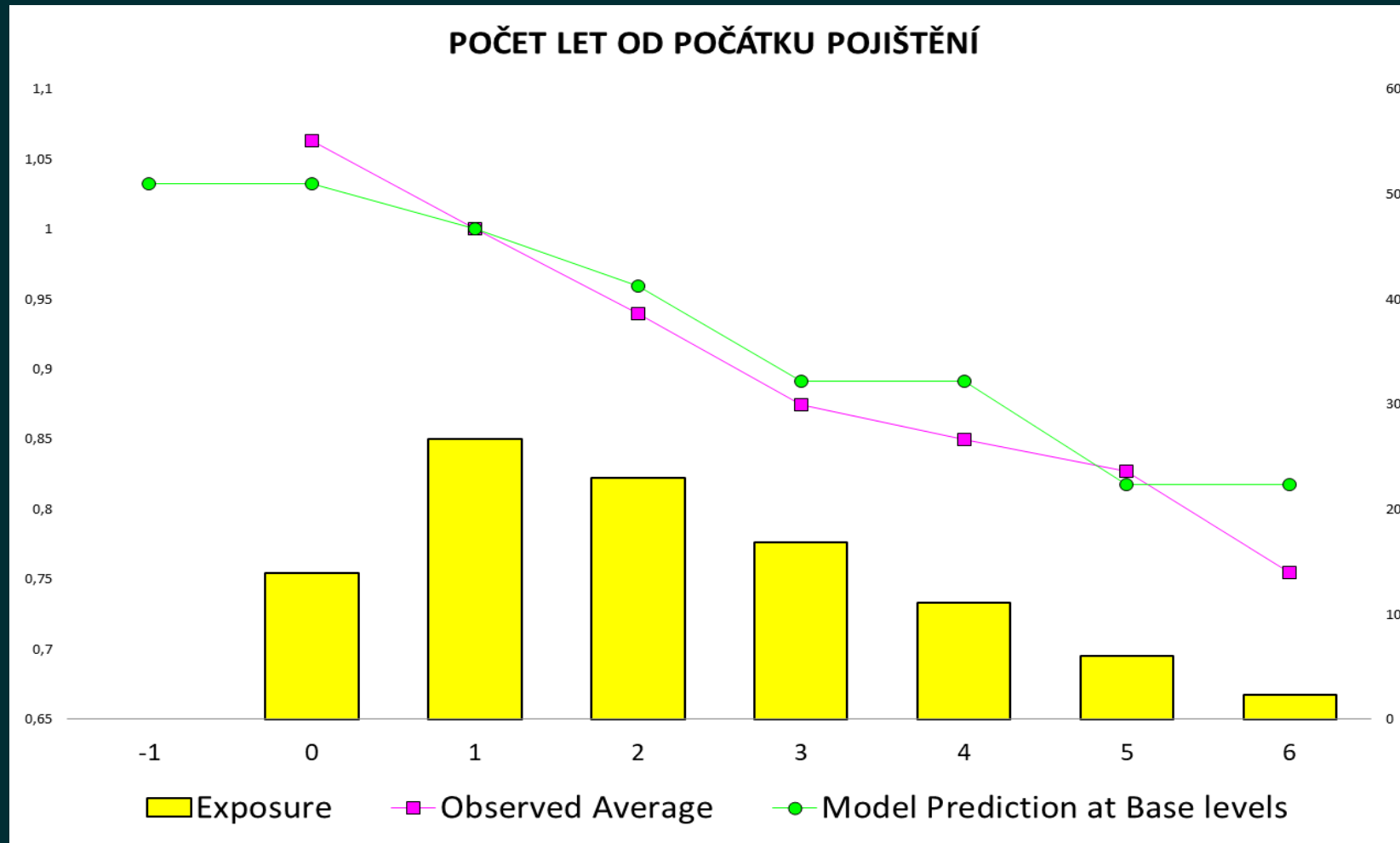
$x_{ij}$ ...hodnoty pro pozorování  $i$  a vysvětlující proměnnou  $j$

$\varepsilon_i$ ...offset pro pozorování  $i$

Používané předpoklady a techniky:

- Nezávislost pozorování, absence odlehlých pozorování (tzv. outliers), atd.
- Nejčastěji se využívá *Poissonovo rozdělení* pro počty škod (frekvence) a *Gamma rozdělení* pro výši škod (severita) -> typická link funkce  $g$  je *log* pro Poissonovo rozdělení a *inverze* pro Gamma rozdělení

# Ukázka výstupu z analýzy incidencí pomocí GLM

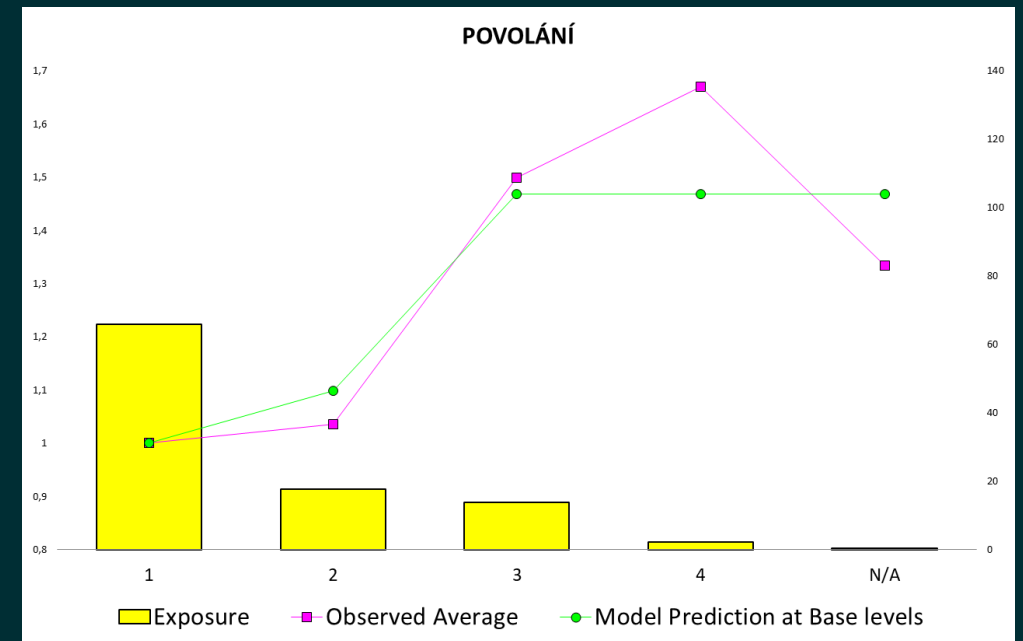
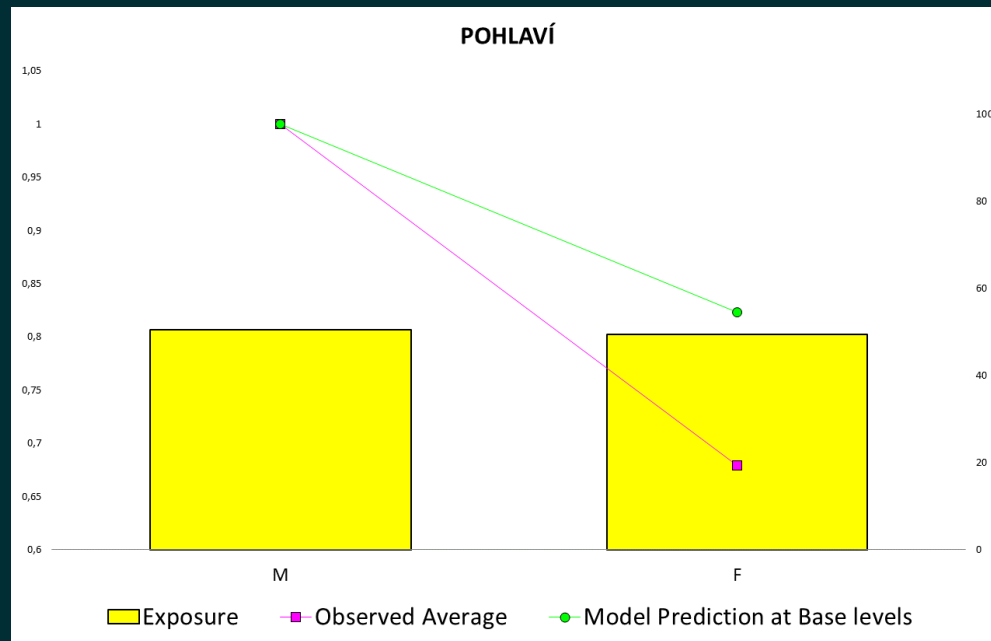


- **Modelovaná veličina:** frekvence škod rizika denního odškodného úrazem
- **Zobrazená proměnná:** počet let od počátku pojištění
- **Sloupce:** expozice = zastoupení dané kategorie v datech
- **Růžová křivka:** pozorování pro konkrétní kategorii
- **Zelená křivka:** hodnoty koeficientů  $\beta$  z GLM modelu

▪ **Otázka:** Co dalšího musí u takového výstupu z modelu aktuár zhodnotit?

# Od rizikového faktoru k pricingové segmentaci a sazebníku

- Aktuár modeluje závislost rizika (frekvence, severity) na informacích získaných o klientovi... ne všechny rizikové faktory je ale vhodné nebo možné použít ke stanovení pojistné sazby
- Příklad: denní odškodné úrazem



- Princip férového pricingu

# Underwriting

**Underwriting (UW)** = proces zhodnocení rizika před sjednáním pojistné smlouvy

- Možné výsledky:
  1. Prostá akceptace rizika
  2. Akceptace s přírážkou v pojistné sazbě
  3. Akceptace s individuální výlukou
  4. Odmítnutí rizika

## Finanční underwriting

- limity pro přijetí bez zkoumání příjmu pro jednotlivá rizika a vstupní věky
- Když PČ > limit -> podrobnější dotaz na příjmy, účel uzavření pojistné smlouvy, údaje o firmě (u OSVČ)

## Medicínský underwriting

1) Zdravotní dotazník pro vyjmenovaná rizika (např. smrt)

- Příklady otázek zdravotního dotazníku:
  - Je/byl pojištěný v posledních X letech vyšetřován, léčen nebo sledován pro jednu z následujících nemocí?
  - Utrpěl pojištěný v posledních X letech úraz, který (ne)zanechal trvalé následky? Jaký?

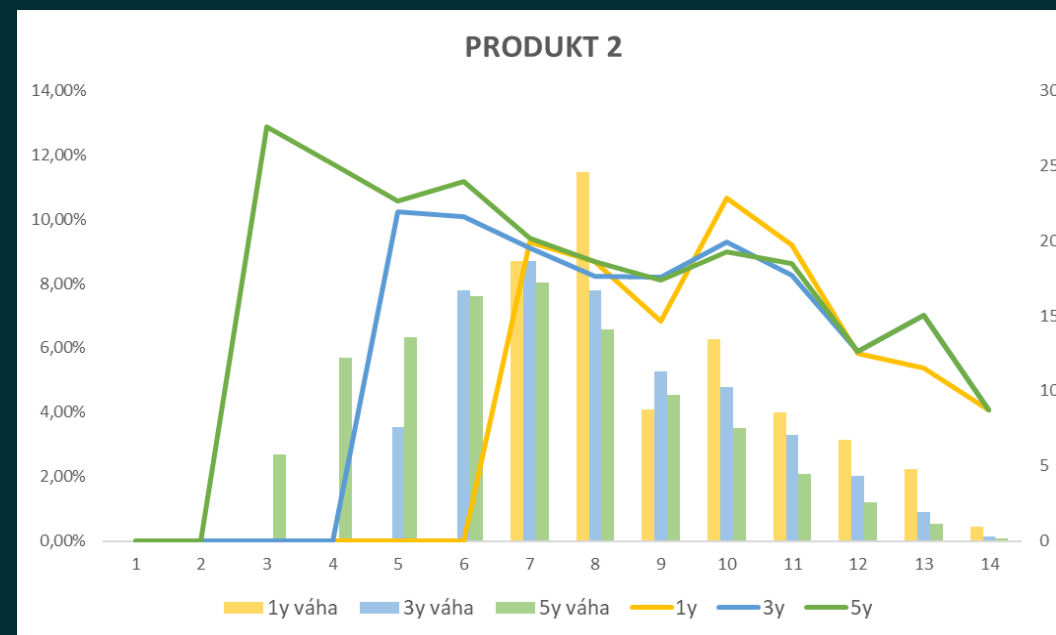
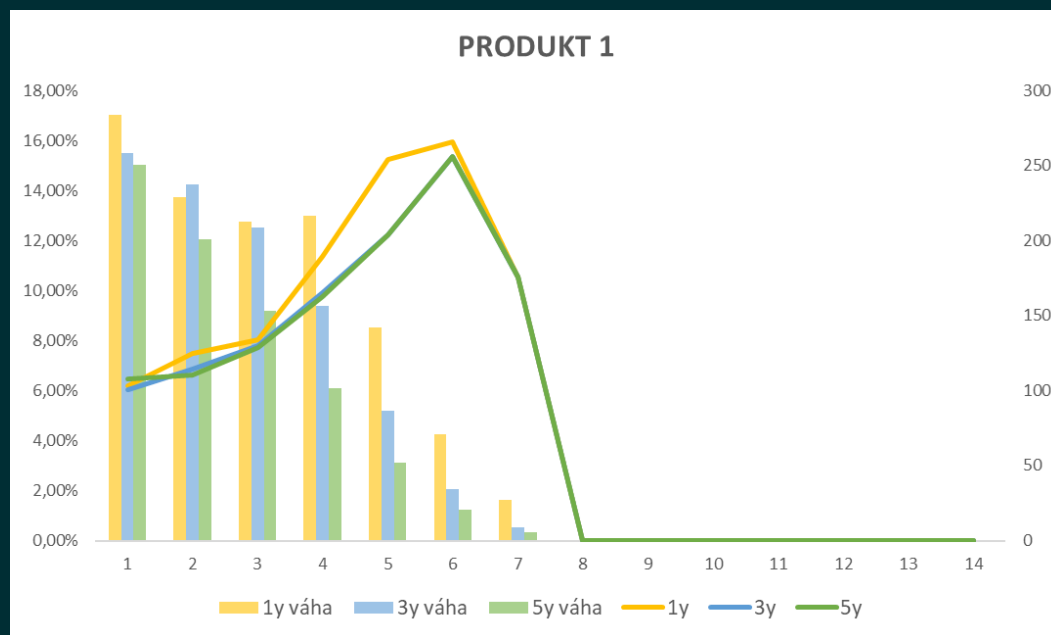
2) Vstupní lékařská prohlídka

- pokud PČ > limit, potom je nutná vstupní lékařská prohlídka u smluvního lékaře pojišťovny
- Limity pro lékařskou prohlídku závisí na konkrétním riziku a vstupním věku

▪ **Otázka:** Jak souvisí Underwritingová pravidla s analýzami aktuára?

# Analýzy stornovosti

- Aktuár připravuje datovou sestavu o expozici a pozorovaných předčasných ukončení smluv (tzv. storna)
- Cíl: stanovit pravděpodobnost storna smlouvy v daném roce jejího trvání
- Nejčastěji analyzuje data jednorozměrně v závislosti např. na distribuční cestě, produktu, kalendářních letech...



- Nutné ověřovat smysluplnost výsledné křivky (motivace prodejce, situace klienta, ...) a vyhnout se tzv. overfittingu



# Diskontní křivka

- Nejčastěji se pro diskontování finančních toků využívá **bezriziková diskontní křivka** (Risk-free Discount Rate)
- Lze odvozovat matematickými metodami např. z *bezkupónových státních dluhopisů*
- Někdy se odvozuje i z tzv. *úrokových swapů*
- Diskontní křivka má vliv na modelovanou ziskovost produktu, přitom jí pojišťovna nemůže ovlivnit

Diskontní křivka (bezriziková forwardová)



- **Otázka:** Která ze zobrazených křivek je nejvýhodnější pro NBM rizikového životního pojištění?

# Analýzy nákladů

Modelované náklady zpravidla rozdělujeme na kategorie podle:

## 1) Období života pojistné smlouvy

- **Počáteční náklady (tzv. sjednatelské):** souvisí se sjednáním pojistné smlouvy
- **Následné náklady (tzv. administrativní):** souvisí s následnou správou pojistné smlouvy

## 2) (Ne)závislosti na výši pojistného

- **Fixní náklady:** pro všechny smlouvy je náklad ve stejné výši
- **Variabilní náklady:** smlouvy s vyšším pojistným mají vyšší náklad

### Předpoklad nákladové inflace

- Fixní náklady v cash-flow pojistné smlouvy by měly být zvyšovány s postupnou očekávanou inflací

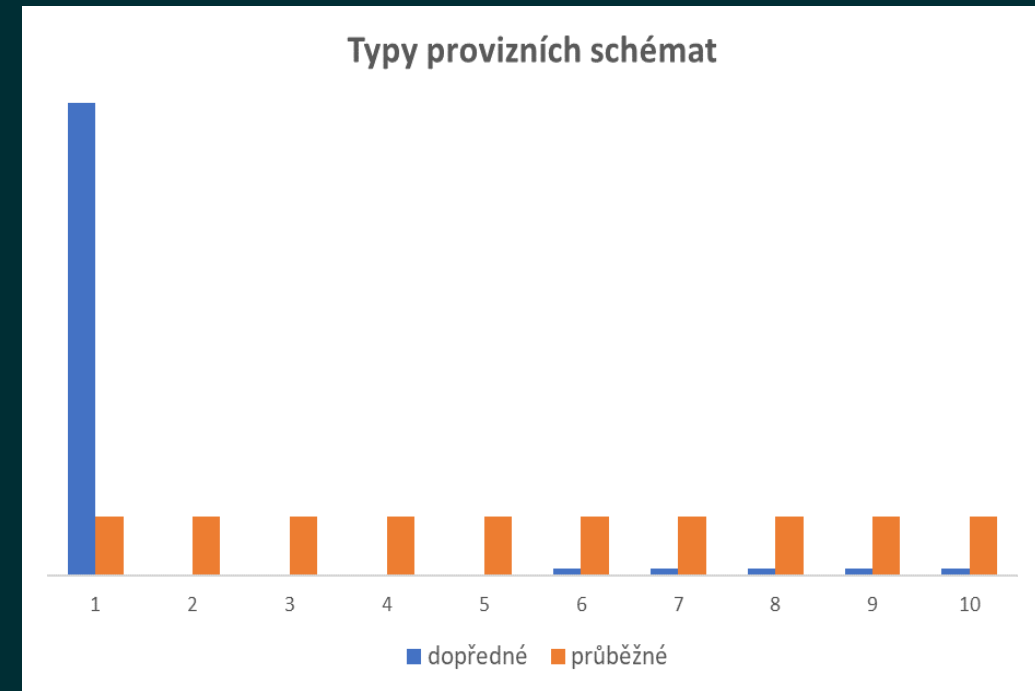
### Předpoklad objemu nového obchodu a velikosti portfolia

- Některé typy nákladů (tzv. overhead) jsou ve skutečnosti na jednotlivé pojistné smlouvy pouze uměle proporčně alokovány a velikost alokovaného nákladu klesá s úsporami z rozsahu
- Při zpětném výpočtu dosažené profitability vznikne srovnáním původně předpokládaných a reálně pozorovaných objemů prodeje tzv. *nákladový overrun* (negativní vliv) nebo *nákladový underrun* (pozitivní vliv)

- **Otázka:** Do jaké nákladové kategorie zařadit: 1) cenu tisku smluvní dokumentace; 2) cenu tisku a odeslání výročního dopisu; 3) celkovou cenu IT vývoje nového produktu

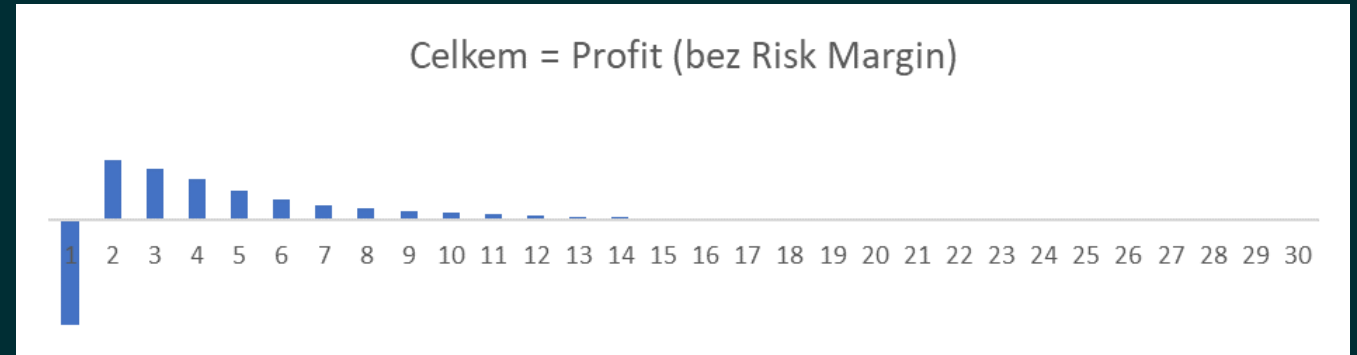
# Provize

- Provize = odměna za sjednání pojistné smlouvy a za následnou péči o smlouvu
- Základní rozdělení plateb provize:
  - **Počáteční (tzv. sjednatelská):** vyplácena po sjednání smlouvy
  - **Následná (tzv. pečovatelská):** vyplácena při výročí smlouvy
- Základní typy provizních schémat:
  - **Dopředné:** vysoká sjednatelská provize, minimální provize za péči
  - **Průběžné:** sjednatelská i pečovatelská provize ve stejné výši
  - **Hybridní:** něco mezi tím...
- Ručení za provizi (tzv. clawback):
  - Bývá běžný u dopředných provizních schémat
  - Při předčasném ukončení pojistné smlouvy vrací sjednatel část počáteční provize



# Best-estimate cash-flow model

- Na základě volby předpokladů aktuár umí modelovat best-estimate cash-flow zvolené pojistné smlouvy
- Z cash-flow lze spočítat hlavní i vedlejší ukazatele profitability a ohodnocení finančních toků:
  - **Value of New Business (VNB)**
  - **New Business Margin (NBM)**
  - **Payback Period** (= po kolika letech bude průběžný součet zisků a ztrát v cash-flow pozitivní)
  - **New Business Strain** (= výše ztráty na počátku pojištění)
  - **IRR** (konstantní úroková míra, při které bude počáteční hodnota cash-flow rovna nule)



## Několik dalších nutných předpokladů:

- Struktura sjednávaných rizik
  - Výše sjednávaných pojistných částek
  - Struktura klientů (věk, pohlaví, povolání...)
- Vznikne sada tzv. modelpointů (testovacího vzorku pojistných smluv)
- Aktuár modeluje Cash-flow a testuje profitabilitu na celé sadě modelpointů
- Nastavuje sazebník produktu podle požadavku na ziskovost

# Osnova přednášky

1. Úvod do rizikového životního pojištění
2. Role pricingového aktuára
3. Metoda Cash-flow modelu
4. Aktuárské předpoklady a jejich analýzy
- 5. Sensitivity a RoRC**
6. Shrnutí a diskuze



# Sensitivity

- Best-estimate cash-flow je pouze bodový odhad...
- **Sensitivita** = citlivost ukazatelů ziskovosti (VNB, NBM, ...) na scénáře změny jednotlivých předpokladů

Aktuár většinou testuje:

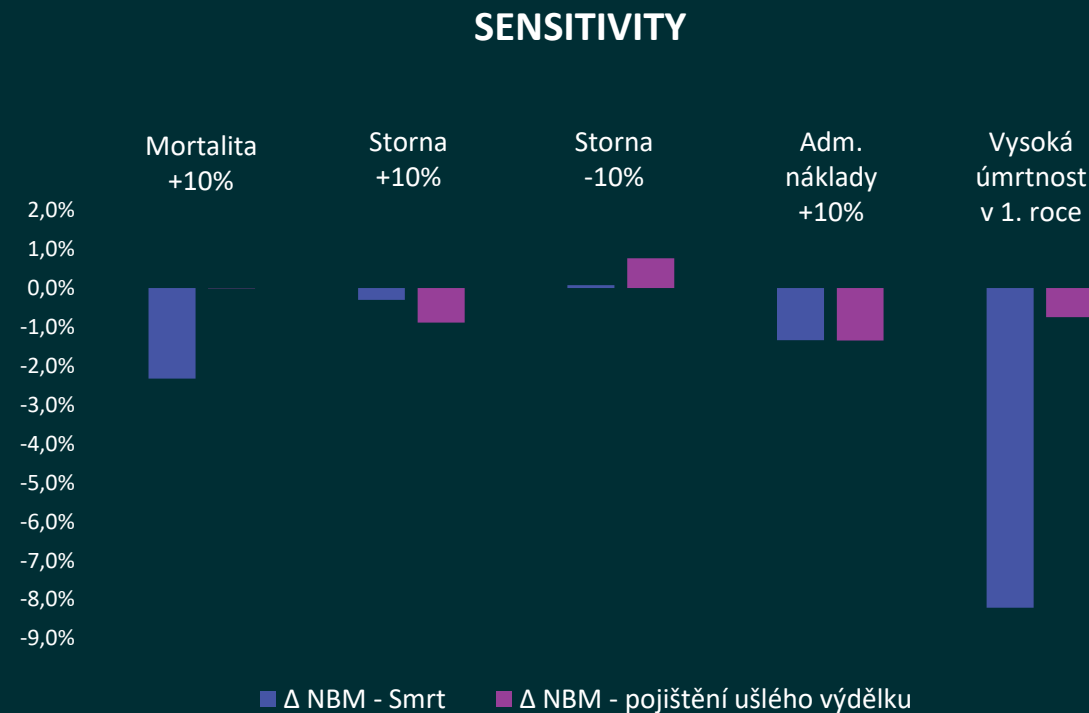
## 1) Standardní univerzální sadu sensitivit

- zvýšená úmrtnost a incidence
- Zvýšená/snížená storna
- Zvýšená náklady
- Vyšší/nížší diskontní křivka
- ...

## 2) Speciální worst-case scénáře pro daný produkt

## 3) Předepsané scénáře pro výpočet rizikového kapitálu

- úmrtnostní kalamita (úmrtnost + 0,0015 v 1. roce)
- kalamita storen
- ...



# RoRC: Výnos z rizikového kapitálu

- **Return on Risk Capital (RoRC)**

- očekávané výnosové procento z rizikového kapitálu vázaného na nový obchod daného produktu
- Pracuje s výpočtem VNB a rizikového kapitálu
- Rizikový kapitál = výše vlastního jmění potřebná k tomu, aby pojišťovna s pravděpodobností 99,5% zůstala solventní i v dalším roce (koncept Value at Risk)
- Rizikový kapitál je počítán skrze předepsané sady scénářů (tzv. šoků) a jejich korelační matici

$$RoRC = \frac{VNB}{PVSCR(NB) * mng\ ratio} + inv_{PVRC}$$

*VNB* ...hodnota nového obchodu

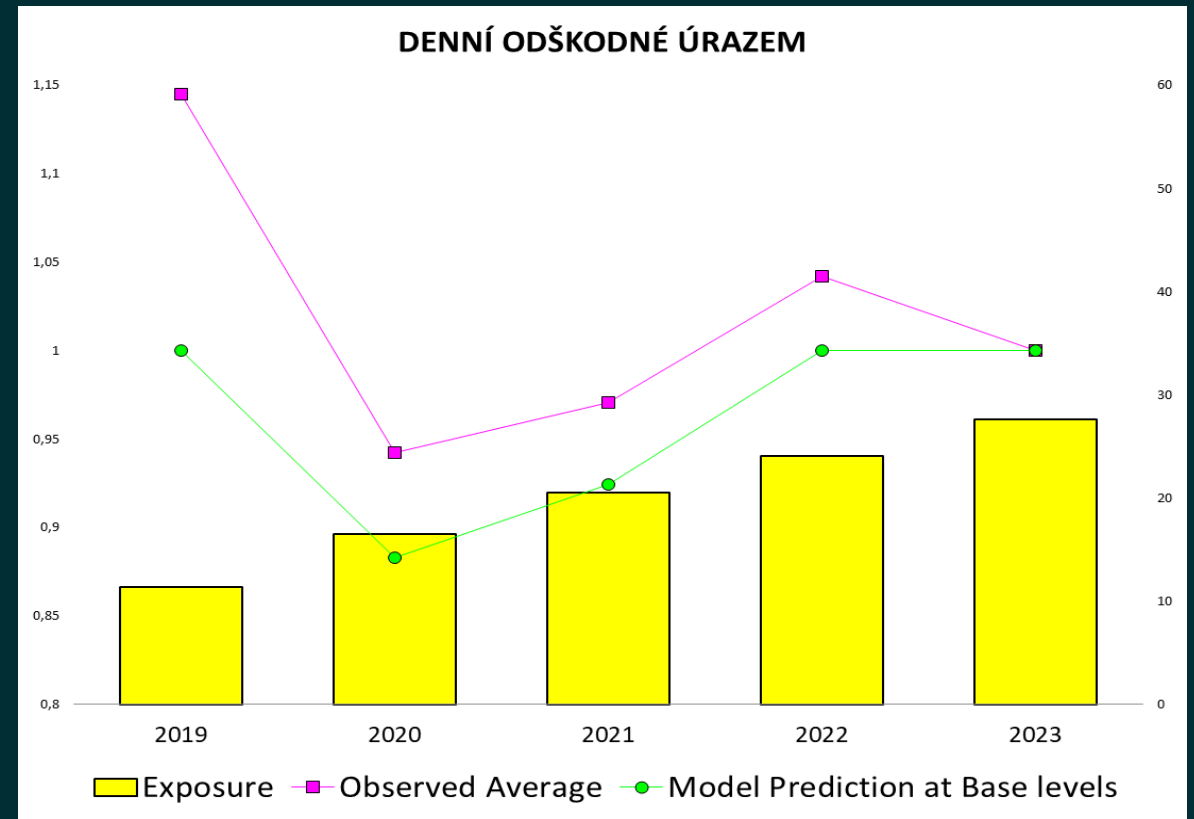
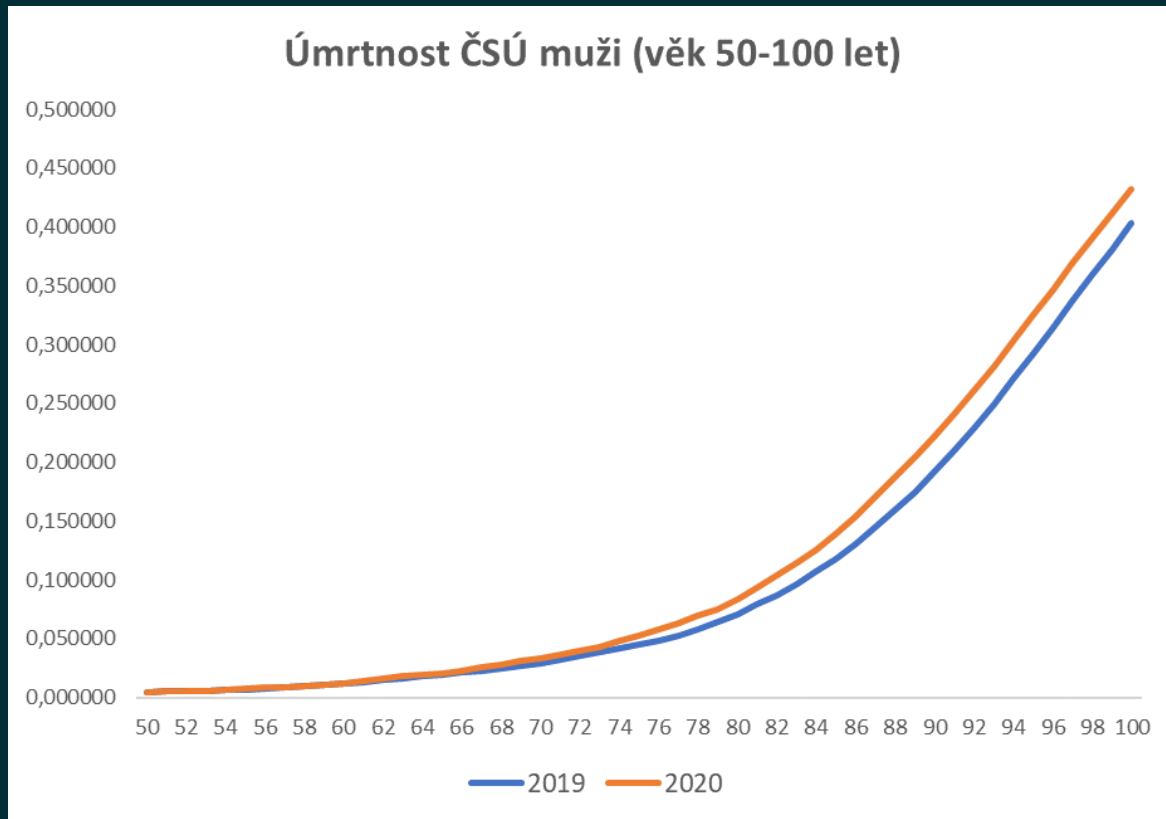
*PVSCR(NB)* ...příspěví nového obchodu do kapitálového požadavku v současné hodnotě

*mng ratio* ...management ratio, tj. zvolený poměr bezpečnostního navýšení kapitálu

*inv<sub>PVRC</sub>* ...investiční výnos z rizikového kapitálu (resp. z aktiv ve kterých je držen)

- **Otázka:** Jaký produkt preferuje akcionář (vlastník) pojišťovny?
  - Produkt A: NBM = 9%; RoRC = 12%
  - Produkt B: NBM = 6%; RoRC = 15%

# Příklad z poslední doby: Pandemie Covid-19





# Osnova přednášky

1. Úvod do rizikového životního pojištění
2. Role pricingového aktuára
3. Metoda Cash-flow modelu
4. Aktuárské předpoklady a jejich analýzy
5. Sensitivity a RoRC
- 6. Shrnutí a diskuze**



# Cyklus práce pricingového aktvára a produktového oddělení



# Shrnutí

## Co by měl ideálně zvládat pricingový aktúár?

- Rozumět datům, umět je zpracovávat, analyzovat a dělat závěry
- Komplexní znalost produktu a procesů
- Odborné stanovení předpokladů
- Znalost slabých míst v modelu
- Stručně a trefně vysvětlit svoje výstupy i „neaktuárovi“
- Aktivně se zajímat i o pohledy a náměty ostatních stran v pojišťovně
- Svět se zrychluje, i aktúár se učí fungovat agilně

# Prostor pro diskuzi a dotazy

Děkuji za pozornost!