

Demografické aplikace víceúrovňových a víceprocesových modelů

Mgr. Pavel Koudelka

Seminář z aktuárských věd, MFF UK

20.květen 2011



Obsah

- 1 Čím se zabývá demografie?
- 2 Úvod / motivace
 - Tradiční přístup vs. současné možnosti
 - Víceúrovňové modelování
 - Modely s více procesy
- 3 Nepozorovatelné charakteristiky / fenomén selektivity
 - Skrytá heterogenita
 - Fenomén selektivity
 - Příklady
- 4 Základní model
- 5 Ukázkový příklad použití modelů
 - Předmanželské soužití a rozpad svazků



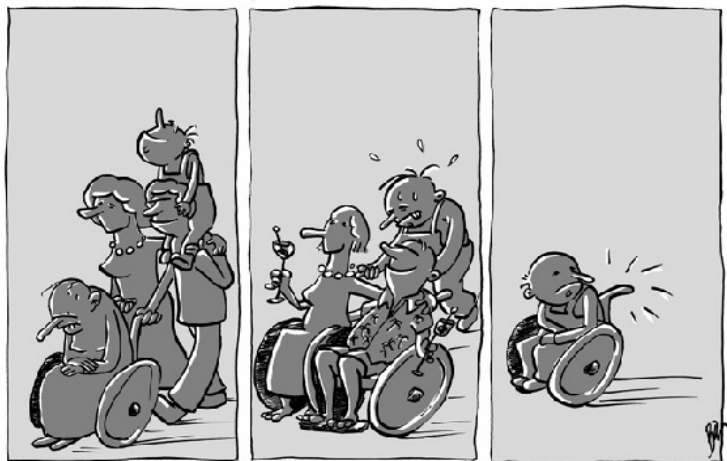
Čím se zabývá demografie?

Úvod / motivace

Nepozorovatelné charakteristiky / fenomén selektivity

Základní model

Ukázkový příklad použití modelů



Demografie



Obsah

- 1 Čím se zabývá demografie?
- 2 Úvod / motivace
 - Tradiční přístup vs. současné možnosti
 - Víceúrovňové modelování
 - Modely s více procesy
- 3 Nepozorovatelné charakteristiky / fenomén selektivity
 - Skrytá heterogenita
 - Fenomén selektivity
 - Příklady
- 4 Základní model
- 5 Ukázkový příklad použití modelů
 - Předmanželské soužití a rozpad svazků



Principy tradičního přístupu

- Základní demografické datové zdroje
 - Sčítání lidu (cenzus)
 - Údaje běžné evidence: narození, úmrtí, sňatky, . . .



Čím se zabývá demografie?

Úvod / motivace

Nepozorovatelné charakteristiky / fenomén selektivity

Základní model

Ukázkový příklad použití modelů

Tradiční přístup vs. současné možnosti

Víceúrovňové modelování

Modely s více procesy



Principy tradičního přístupu

- Základní demografické datové zdroje
 - Sčítání lidu (cenzus)
 - Údaje běžné evidence: narození, úmrtí, sňatky, ...
 - **Agregovaná data**
 - Další rozvoj omezen především výpočetní technikou
- Nepřesnosti tradičního přístupu
 - Opomíjení individuálních charakteristik jedinců
 - Vzniká tzv. *ekologická chyba* (ecological fallacy)
 - Zkreslení závěrů plynoucích z agregovaných dat
 - např. Robinsonův efekt, Simpsonův paradox¹

¹ Stiglerův zákon eponymie: „Žádný vědecký objev není pojmenován po svém objeviteli.“



Simpsonův paradox

Příklad: přijímací zkoušky, Universita v Berkeley (1973)

- Celkové výsledky přijímacího řízení: úspěšnost mužů 44%, úspěšnost žen 35%
 - Univerzita nařčena ze zaujatosti vůči ženám
 - **ALE:** detail ukázal, že v přijetí na jednotlivá oddělení byly ve většině naopak úspěšnější ženy
 - Jak je to možné?
 - Ženy se totiž hlásily především na obory, kde bylo přijímáno celkově jen minimum uchazečů
 - Naopak muži spíše na obory, kde byl počet přijímaných vyšší
- ⇒ Celková statistika hovořila ve prospěch mužů



Omezení plynoucí z tradičního přístupu

- Nutná opatrnost při vyslovování závěrů
agregovaná data \rightsquigarrow jedinci
- Problém při slučování dat
 - Rušení klasifikační dimenze (problém třetí „matoucí“ proměnné)
 - Homogenní / heterogenní populace
- **Paradox:** větší množství dat \neq spolehlivější výsledky
(závěr z většího množství dat může být opak závěrů z jednotlivých souborů)



Charakteristiky nových přístupů...

- Rozvoj výpočetní techniky a výběrových šetření
 - Šetření často organizována jako vícestupňový náhodný výběr (citelné snížení nákladů)
 - Je možné sledovat jednotlivé etapy života jedince
 - Jak jsou individuální charakteristiky ovlivněny životními událostmi a naopak?
 - Např. jak narození dítěte ovlivňuje stabilitu svazku
- ⇒ Zkoumání jevů v souvislostech s předchozí životní zkušeností jedince



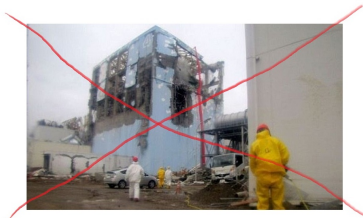
...a jejich nevýhody

- Události zkoumány pouze z pohledu individua
- Ztráta informací plynoucích ze společenského kontextu
 - Vzniká tzv. *atomická chyba* (atomic error, individualistic fallacy)



...a jejich nevýhody

- Události zkoumány pouze z pohledu individua
- Ztráta informací plynoucích ze společenského kontextu
 - Vzniká tzv. *atomická chyba* (atomic error, individualistic fallacy)



⇒ Chybné usuzování z individuálních dat na populaci



Motivace - víceúrovňové modely

- Poučení z dřívějších postupů?
 - Individuální vlastnosti doplnit o kontextovou informaci z agregovaných dat (vliv okolí, regionu, . . .)
 - Vhodná kombinace obou postupů
 - Použití adekvátních statistických metod zohledňující charakter dat

→ **Vícestupňové / víceúrovňové modelování**
(*multilevel modelling, hierarchical modelling a další*)



Hierarchicky uspořádaná data

- Kde se s nimi můžeme setkat?
 - Demografie, sociologie, lékařství, metaanalýza, . . .
 - Výsledek vícestupňového náhodného výběru
- Hierarchie jako přirozená struktura dat
 - školy – třídy – žáci



- jedinec – opakovaná pozorování
 - longitudinální studie – pozorování jedince v různých okamžicích (typické v demografii)



Nevhodnost použití jednoúrovňových technik

- Při zpracování je nutné brát ohled na charakter dat
- Vztažení dat k jedné úrovni a použití známých jednoúrovňových metod (ANOVA, vícenásobná regrese)
 - **agregátní**: ztrácíme informaci (menší počet jednotek)
 - **jedinec**: nesprávná velikost výběru
- Nezávislost
 - Vícestupňový náhodný výběr → závislá pozorování
- Na chyby upozorněno v 80.letech (pedagogický výzkum)



Co nabízí víceúrovňové modelování?

- Možnost modelovat všechny požadované úrovně
- Využití všech informací beze ztrát
- Lze studovat variabilitu na jednotlivých stupních
 - Rozložení celkové variability na jednotlivé stupně
 - Lze sledovat jak mnoho se od sebe liší
 - Lze hledat důvody rozdílů
- Dokáže vysvětlit jevy na nejnižší úrovni



Modely s více procesy

- Tradiční analýzy zkoumají životní procesy odděleně...
 - ...ale řada z nich probíhá současně, v interakci
 - Např. riziko rozpadu manželství může být ovlivněno počtem dětí, frekvencí stěhování apod.
 - Chceme zkoumat, jak spolu procesy souvisí, jak se ovlivňují
- **Víceprocesové modelování** (*multiproces modelling*)
- Výhody:
 - simultánní modelování více procesů - bližší skutečnosti



Obsah

- 1 Čím se zabývá demografie?
- 2 Úvod / motivace
 - Tradiční přístup vs. současné možnosti
 - Víceúrovňové modelování
 - Modely s více procesy
- 3 **Nepozorovatelné charakteristiky / fenomén selektivity**
 - Skrytá heterogenita
 - Fenomén selektivity
 - Příklady
- 4 Základní model
- 5 Ukázkový příklad použití modelů
 - Předmanželské soužití a rozpad svazků



Skrytá heterogenita

- Přesto, že longitudinální studie umožní sledovat množství údajů...
- ...některé informace nelze pozorovat či měřit
 - Např. osobní přání, preference, sklony, . . .
- Neměřitelné charakteristiky = *skrytá heterogenita* (unobserved heterogeneity) (*Vaupel et al.*, 1979)
- **ALE**: ignorování důležitých proměnných (tzn. i neměřitelných charakteristik) vede ke zkresleným odhadům



Fenomén selektivity

- Řada demografických procesů je selektivních
 - Do manželství vstupují zdravější jedinci
 - Vyšší porodnost ve venkovských oblastech
 - Tento jev může způsobit špatnou interpretaci výsledků analýz dat
- Opět může pomoci víceúrovňové modelování:
- zahrnutí neměřitelných charakteristik (jako společný znak skupiny jedinců = vyšší úroveň)
 - objasnění selektivity procesů



Příklad 1

Úmrtnost a rodinný stav

- Sezdané osoby disponují lepším zdravotním stavem a žijí déle
- Existují 2 základní teorie (*Goldman, 2001*):
 - Protektivní hypotéza** Psychická a sociální podpora od partnera, pomoc v nemoci, stabilnější ekonomická situace, zdravější životní styl
 - Selektivní hypotéza** Psychicky a fyzicky zdravější část populace má vyšší šanci uzavřít sňatek, nižší riziko se rozvést; selekce je přímá (vyloučení nějak handicapovaných osob) i nepřímá (životní styl, finanční situace)

Příklad 1 - pokračování

Úmrtnost a rodinný stav

- *Farr* (1858): „Cretins do not marry; idiots do not marry; ideal vagrants herd together but rarely marry . . . “
- Až longitudinální studie potvrdily selekční hypotézu
- V současnosti ale nižší vliv selektivity - rostoucí podíl osob mimo manželství



Čím se zabývá demografie?

Úvod / motivace

Nepozorovatelné charakteristiky / fenomén selektivity

Základní model

Ukázkový příklad použití modelů

Skrytá heterogenita

Fenomén selektivity

Příklady

Příklad 2

Rozvodovost a předmanželské soužití



Příklad 2

Rozvodovost a předmanželské soužití

- Studie v 90. letech ukázaly, že kohabituující páry čelí vyššímu riziku rozvodu
- *Hoem-Hoem* (1992): riziko rozvodu o 50% vyšší (Švédsko)
- **ALE**: očekávání - předmanželské soužití spíše stabilizuje následný svazek...
- Prokázáno v řadě zemí (i přes kontrolu řady proměnných)
- Selektce: skupina lidí náchylnějších k rozchodu?
- Dnes není obecně platné - mění se v závislosti na zastoupení předmanželského soužití v populaci



Příklad 3

Efekt zdravých pracovníků

- Dělnické profese vykazují nižší intenzitu úmrtnosti i nemocnosti než celková populace
- Důvod?
 - ↪ Některé profese vyžadují dobrý zdravotní stav
 - ↪ Pravděpodobná selekce na dvou úrovních
 - 1 Osoby s horším zdravotním stavem se takovým profesím vyhýbají, případně při zhoršení zdravotního stavu profesi opouštějí
 - 2 Opatření zaměstnavatelů (povinné lékařské kontroly apod.)



Obsah

- 1 Čím se zabývá demografie?
- 2 Úvod / motivace
 - Tradiční přístup vs. současné možnosti
 - Víceúrovňové modelování
 - Modely s více procesy
- 3 Nepozorovatelné charakteristiky / fenomén selektivity
 - Skrytá heterogenita
 - Fenomén selektivity
 - Příklady
- 4 Základní model
- 5 Ukázkový příklad použití modelů
 - Předmanželské soužití a rozpad svazků



Přirozený rámec

- Často využívaný model v demografii: **metody analýzy přežívání**
(*survival analysis, event history analysis, hazard models*)
- Plyne z povahy dat:
 - Sledování životních drah jedinců
 - Zpracování longitudinálních dat
 - Studium chování jednotlivců a jeho příčin
- Riziko výskytu jevu (např. úmrtí, rozvod) se snažíme popsat vysvětlujícími proměnnými (např. věk, vzdělání, zaměstnanost, . . .)



Definice rizikové funkce

Riziková funkce

$$h(t) = \lim_{t' \rightarrow t} \frac{P(t \leq T < t' \mid T \geq t)}{t' - t}$$

- Definuje intenzitu studovaného jevu
- $P(\cdot)$ značí pravděpodobnost daného jevu
- T je čas, ve kterém jev nastal



Základní model

- **Log-lineární model proporciálních rizik** (někdy nazýván *Coxův regresní model*)
 - Je podtřídou modelů analýzy přežívání
 - Vlivy vysvětlujících proměnných na rizikovou funkci jsou vyjádřeny multiplikativně

Log-lineární model proporciálních rizik

$$h_i(t) = h_0(t) \exp \left\{ \sum_j \beta_j x_{ij}(t) \right\}$$

kde $h_i(t)$ je riziková funkce pro jedince i v čase t , $h_0(t)$ je základní riziková funkce společná všem jedincům, $x_{ij}(t)$ jsou nezávisle proměnné pro jedince i a epizodu j .



Základní model - pokračování

- Aditivní (lineární) vyjádření má tvar:

$$\ln h_i(t) = \ln h_0(t) + \sum_j \beta_j x_{ij}(t)$$

- Odhad parametrů metodou maximální věrohodnosti
- Základní riziková funkce má velký vliv na výslednou rizikovou funkci - nutné brát ohled na povahu dat (dostatečná je často i definice po částech lineární funkcí)



Jak zahrnout nepozorovatelné charakteristiky?

● Příklad:

Zkoumání intenzity úmrtnosti jedinců (*Vaupel et al.*, 1979)

- Přidání multiplikativního prvku z do modelu
- Základní model:

$$h_i(t) = z_i h_0(t)$$

- $h_0(t)$ představuje úmrtnost celé populace
- z označuje *křehkost* (frailty) - nepozorovatelné charakteristiky (např. genetické odlišnosti)
- Předpoklad: každý jedinec se rodí s určitou úrovní křehkosti („standard“: $z = 1$)



Jak zahrnout nepozorovatelné charakteristiky?

- Jak definovat rozdělení křehkosti z a základní rizikové funkce $h_0(t)$?
- Potřeba volit s ohledem na vlastnosti dat
- Příklady rozdělení pro studium úmrtnosti:
 - **křehkost**: Gamma rozdělení (flexibilita - normální, lognormální, exponenciální)
 - **základní riziková funkce**: Gompertzovo rozdělení
- Více např. *Aalen* (1994)



Důsledky ignorování skryté heterogenity

- Jednoduchý příklad: populaci tvoří 2 rozdílné skupiny s nízkou a vysokou intenzitou úmrtnosti
- Důsledek: *výsledná agregátní riziková funkce bude rozdílná od individuálních*
 - U osob s vyšším rizikem úmrtnosti dochází k úmrtí dříve
 - Mění se tedy zastoupení jednotlivých skupin v populaci - narůstá podíl osob s nižším rizikem (zůstávají dlouhověcí jedinci)
 - Klesá tak i celkové riziko populace
 - **Z důvodu selekce se mění riziko v populaci i přesto, že rizika subpopulací se nemění**
 - Důsledkem ignorování nepozorovatelných charakteristik tak může být špatná interpretace chování celé populace



Intenzita úmrtnosti heterogenní populace

- Vaupel-Yashin (1985)

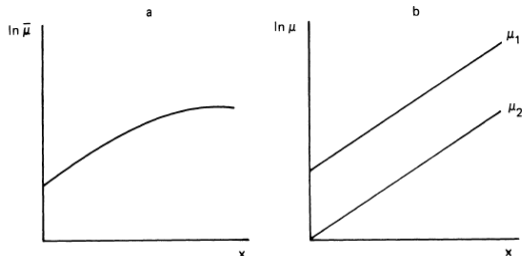


Figure 4. The observed hazard rate may increase more slowly than the hazard rates for the two subcohorts. The curve for $\bar{\mu}$ was calculated from (2), (3), and (4) using $\mu_1(x) = .01 \cdot \exp(.04x)$, $\mu_2(x) = .002 \cdot \exp(.04x)$, and $\pi(0) = .8$. The curves are shown for values of x from 0 to 75; if the curve in a were continued for higher values of x , it would begin rising again and would asymptotically approach μ_2 . Note that $\bar{\mu}$ and μ_i are plotted on logarithmic scales.



Obsah

- 1 Čím se zabývá demografie?
- 2 Úvod / motivace
 - Tradiční přístup vs. současné možnosti
 - Víceúrovňové modelování
 - Modely s více procesy
- 3 Nepozorovatelné charakteristiky / fenomén selektivity
 - Skrytá heterogenita
 - Fenomén selektivity
 - Příklady
- 4 Základní model
- 5 Ukázkový příklad použití modelů
 - Předmanželské soužití a rozpad svazků



Čím se zabývá demografie?

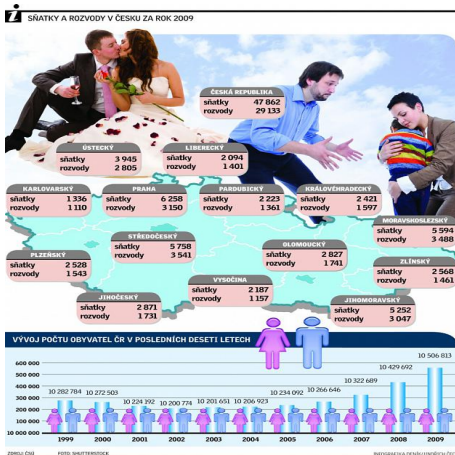
Úvod / motivace

Nepozorovatelné charakteristiky / fenomén selektivity

Základní model

Ukázkový příklad použití modelů

Předmanželské soužití a rozpad svazků



Úvod

- V posledních dekádách významné změny ve struktuře svazků
- Stále častější jsou nesezdaná soužití (kohabitanace)
- Zcela běžné je předmanželské soužití
 - Jaký vliv má na stabilitu následného svazku?
- Studie *Lillard et al.* (1995) potvrdila vyšší riziko rozvodu pro páry, které spolu před manželstvím žily
 - Jaké byly důvody?
 - Jedná se o nějakou formu selekce?
- Ukázkový příklad principů víceúrovňových a víceprocesových modelů
- Data USA



Cíl studie

Lillard et al. (1995): **Premarital cohabitation and subsequent marital dissolution: a matter of self-selection?**

Studie se snažila objasnit, zda zřejmý efekt kohabitace na rozpad manželství je skutečný nebo zda se jedná o důsledek sebeselekce žen, které mají relativně vyšší riziko rozchodu ve všech manželstvích z jiných (skrytých) důvodů, mezi kohabituujícími.



Model 1

- Model analýzy přežívání popisující riziko rozpadu manželství $h(t)$ ($D = \text{Dissolution}$)

MODEL 1

$$\ln h_{ij}^D(t) = y_{ij}^D(t) + \sum_l \alpha_l^D x_{ijl} + \sum_m \beta_m^D w_{ijm}(t)$$

- index i značí pozorované ženy, j značí jednotlivá manželství
- x_{ijl} jsou proměnné neměnné v čase (velikost obce, náboženské vyznání, ...)
- $w_{ijm}(t)$ jsou v čase se měnící proměnné (vzdělání)
- **Přítomnost kohabitace - jako vysvětlující proměnná**
- $y_{ij}^D(t)$ je základní riziková funkce



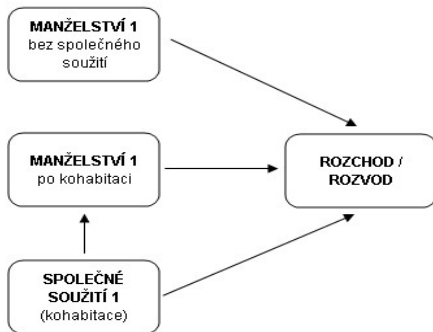
Základní riziková funkce

$$y_{ij}^D(t) = \delta_0 + \delta_1 z_{ij1}(t) + \delta_2 z_{ij2}(t) + \delta_3 z_{ij3}(t)$$

- Zahrnuje v sobě 3 základní „zdroje trvání“:
 - vliv trvání manželství z_{ij1}
 - efekt věku (zralosti) z_{ij2}
 - doba uplynulá od narození posledního dítěte z_{ij3}
- Na výsledné riziko mají rozdílný vliv
- Modelovány jako po částech lineární funkce



Schéma Modelu 1

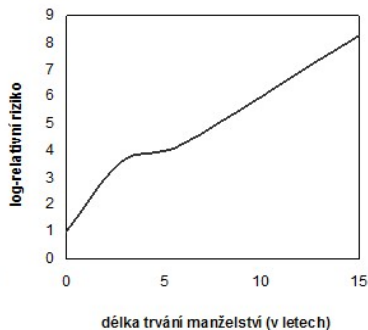
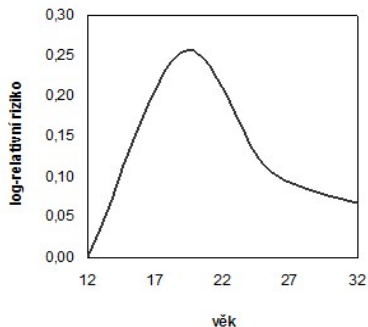


Výsledky Modelu 1

		Model 1	
Charakteristiky trvání		Log-relativní riziko	
Konstanta		-12,018	**
Věk	12-18 let	1,522	*
	19-24 let	-0,130	***
	25-28 let	-0,092	***
	29+ let	-0,048	
Délka trvání m:	0-2 roky	0,434	***
	3-5 let	0,051	
	6+ let	0,073	***
Ostatní vybrané charakteristiky		Proporcionální riziko	
Manželství bez předchozího soužití		1	
Manželství po předchozím soužití		1,38	***
Pořadí manžel	první	1	
	druhé a vyšší	1,64	***
Afroameričan	ne	1	
	ano	1,19	*
Rodina	neúplná	1	
	úplná	0,78	***
Bydliště	město	1	
	venkov	0,85	**
Signifikance: *** p<0.01, ** p<0.05, * p<0.1			



Výsledky Modelu 1 - charakteristiky trvání



Model 2

- Přidána proměnná ϵ_j představující ženě příslušné nepozorovatelné charakteristiky (skrytou heterogenitu)
 - $\epsilon_j \sim N(0, \sigma^2)$, i.i.d.
 - Byla konstantní pro všechny manželství dané ženy, ale lišila se pro jednotlivé ženy (vlastnost konkrétní ženy)
- Současně byl do modelu přidán další proces sledující pravděpodobnost kohabitace před manželstvím (probitový model)



MODEL 2 - Proces 1

$$\ln h_{ij}^D(t) = y_{ij}^D(t) + \sum_l \alpha_l^D x_{ijl} + \sum_m \beta_m^D w_{ijm}(t) + \epsilon_i^D$$

MODEL 2 - Proces 2

$$y_{ij}^{*C} = \alpha^C + \sum_l \beta_l^C x_{ijl} + \epsilon_i^C$$

- C značí parametry pro nesezdané soužití (Cohabitation)
- proměnné x_{ijl} korespondují s proměnnými v Procesu 1 (socio-demografické charakteristiky žen), vybrány však pouze ty, které vysvětlovaly rozhodnutí kohabitovat (věk, pořadí svazku, vzdělání, ...)
- **Oba procesy modelovány nezávisle na sobě**

Čím se zabývá demografie?

Úvod / motivace

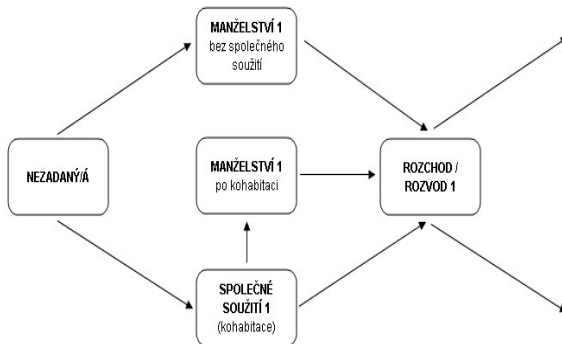
Nepozorovatelné charakteristiky / fenomén selektivity

Základní model

Ukázkový příklad použití modelů

Předmanželské soužití a rozpad svazků

Schéma modelu 2



Výsledky Modelu 2

		Model 1		Model 2	
Charakteristiky trvání		Log-relativní riziko			
Konstanta		-12,018	**	-12,772	***
Věk	12-18 let	1,522	*	1,578	*
	19-24 let	-0,130	***	-0,134	***
	25-28 let	-0,092	***	-0,102	***
	29+ let	-0,048		-0,064	*
Délka trvání manželství	0-2 roky	0,434	***	0,520	***
	3-5 let	0,051		0,131	***
	6+ let	0,073	***	0,128	***
Ostatní vybrané charakteristiky		Proporcionální riziko			
Manželství bez předchozího soužití		1		1	
Manželství po předchozím soužití		1,38	***	1,46	***
Pořadí manželství	první	1		1	
	druhé a vyšší	1,64	***	0,89	
Afroameričan	ne	1		1	
	ano	1,19	*	1,23	*
Rodina	neúplná	1		1	
	úplná	0,78	***	0,72	***
Bydliště	město	1		1	
	venkov	0,85	**	0,82	**
$\sigma \in D$				1,01	***
$\sigma \in C$				0,84	***

Signifikance: *** $p < 0.01$, ** $p < 0.05$, * $p < 0.1$



Výsledky modelu 2

- Prvky heterogenity v obou procesech signifikantní
 - Existují nepozorovatelné charakteristiky, které činí některé ženy náchylnější k rozvodu a některé ženy náchylnější k předmanželskému soužití
- Klíčová otázka: **jedná se o stejnou skupinu žen?**



Model 3

- Oba procesy modelovány simultánně
 - Tím umožněno sledovat korelaci mezi prvky skryté heterogenity obou procesů
- Stěžejní část modelu - umožní rozlišit vliv sebeselekce pro předmanželské soužití od přímého vlivu předmanželského soužití s konkrétním partnerem
- Signifikantní korelace reprezentuje sebselekcí žen ke kohabitaci
 - Pozitivní korelace značí sebeselekcí ženy s vysokým rizikem rozvodu do předmanželského soužití
 - Negativní naopak ženy s nízkým rizikem
- Test významnosti korelace je test sebeselekce žen do předmanželského soužití
 - Pokud významná korelace: odhady koeficientů v modelu pouze s procesem 1 by byly zkreslené

Výsledky Modelu 3

		Model 1		Model 2		Model 3	
Charakteristiky trvání		Log-relativní riziko					
Konstanta		-12,018	**	-12,772	***	-12,800	***
Věk	12-18 let	1,522	*	1,578	*	1,577	*
	19-24 let	-0,130	***	-0,134	***	-0,124	***
	25-28 let	-0,092	***	-0,102	***	-0,093	***
	29+ let	-0,048		-0,064	*	-0,058	*
Délka trvání manželství	0-2 roky	0,434	***	0,520	***	0,516	***
	3-5 let	0,051		0,131	***	0,128	***
	6+ let	0,073	***	0,128	***	0,123	***
Ostatní vybrané charakteristiky		Proporcionální riziko					
Manželství bez předchozího soužití		1		1		1	
Manželství po předchozím soužití		1,38	***	1,46	***	0,99	
Pořadí manželství	první	1		1		1	
	druhé a vyšší	1,64	***	0,89		0,97	
Afroameričan	ne	1		1		1	
	ano	1,19	*	1,23	*	1,24	*
Rodina	neúplná	1		1		1	
	úplná	0,78	***	0,72	***	0,69	***
Bydliště	město	1		1		1	
	venkov	0,85	**	0,82	**	0,80	***
$\sigma \in D$				1,01	***	1,05	***
$\sigma \in C$				0,84	***	0,87	***
$\rho \in D \in C$						0,36	***

Signifikance: *** p<0.01, ** p<0.05, * p<0.1



Shrnutí příkladu

- 1 Nejprve odhad rizika rozvodu ve standardním modelu
- 2 Následně zahrnut prvek skryté heterogenity (nepozorovatelných charakteristik) \mapsto *signifikantní*
- 3 Přidán proces pravděpodobnosti kohabitace s prvkem skryté heterogenity \mapsto *signifikantní*
- 4 Nakonec simultánní modelování obou procesů a sledování korelace \mapsto *signifikantní*
 - Původní odhady zkreslené: připisovaly vyšší riziko rozpadu manželství institutu kohabitace
 - Simultánní modelování ukázalo, že vyšší riziko bylo výhradně v důsledku selekce osob více náchylných k rozvodu do kohabitace
- 5 Studie ukázala, že je zapotřebí se zaměřit na pochopení vztahů mezi jednotlivými rozhodnutími





Děkuji za pozornost.

Pavel.Koudelka@generali.cz




Generali pojišťovna a.s.

typeset by L^AT_EX



-  Aalen, O.O. (1994): *Effects of frailty in survival analysis. Statistical methods in medical research. 3: 227-243.*
-  Goldman, N. (2001): *Mortality Differentials: Selection and Causation. In International Encyclopedia of Social & Behavioral Science. p. 10068-10070. Oxford: Elsevier Science Ltd.*
-  Hoem, B., Hoem J.M. (1992): *The disruption of marital and non-marital unions in contemporary Sweden. In Demographic Application of Event History Analysis. Oxford, Clarendon Press, pp.61-93.*
-  Koudelka, P., Lustigová, M. (2010): *Užití víceúrovňových a víceprocesových modelů v demografii. Demografie, 52(1), pp.235-248.*



-  Lillard, L.A., Brien, M.J. , Waite, L.J. (1995): *Premarital cohabitation and subsequent marital dissolution: a matter of self-selection*. Demography 32(3): 437-57.
-  Vaupel, J.W., Manton, K.G., Stallard, E. (1979): *The impact of heterogeneity in individual frailty on the dynamics of mortality*. Demography 16(3): 439-54.
-  Vaupel, J.W., Yashin, A.I. (1985): *Heterogeneity's Ruses : Some Surprising Effects of Selection on Population Dynamics*. The American Statistician 39: 176-185.

