

# Rezervy z pohledu bankopojištění a užití Kaplan – Meierova odhadu při výpočtu RBNS

Mgr. Zuzana Valentová

29. dubna 2016



**BNP PARIBAS**  
CARDIF

| Insurance for a changing world

# Obsah

---

1. Bankopojištění – základní pojmy
2. Rezerva pojistného životních pojištění
3. Rezerva na nezasloužené pojistné
4. Rezerva IBNR
5. Rezerva RBNS



# Obsah

---

- 1. Bankopojištění – základní pojmy**
2. Rezerva pojistného životních pojištění
3. Rezerva na nezasloužené pojistné
4. Rezerva IBNR
5. Rezerva RBNS



# Co je bankopojištění?

---

- Spolupráce pojišťovny a banky (finanční instituce)
- Prodej pojistných produktů přes distribuční síť finančních institucí
- Propojení pojistných a finančních produktů (zejména pojištění schopnosti splácet finanční závazek)



# Počátky bankopojištění

---

- Vznik s rozvojem splátkového prodeje z důvodu snižování kreditního rizika
- Počátky v Evropě v 70. letech 20. století (zejména ve Francii)
- V současnosti pojistné produkty pro distributory energií, retail, mobilní operátory apod.



# Pojistné produkty

---

## 1) Pojištění schopnosti splácet finanční závazek (Creditor Protection Insurance - CPI)

- Ochrana před nemožností dostat svým závazkům
- Nejčastěji ke spotřebitelským půjčkám, hypotéčním úvěrům nebo kreditním kartám
- Pojistné se hradí většinou měsíčně spolu se splátkou úvěru, existují však i jednorázové platby
- Pojistné se zpravidla počítá jako procento z měsíční splátky či jako procento z počáteční výše úvěru
- Nejčastěji pojištěná rizika jsou úmrtí, plná a trvalá invalidita, pracovní neschopnost a nedobrovolná ztráta zaměstnání
- Pojistné plnění v případě úmrtí či plné a trvalé invalidity bývá zpravidla zbývající dlužná částka
- Pojistné plnění v případě pracovní neschopnosti nebo ztráty zaměstnání bývá měsíční splátka vyplácená po dobu určitou



# Pojistné produkty - pokračování

---

## 2) Pojištění zneužití kreditní / platební karty

- Ochrana proti zneužití karty při ztrátě nebo krádeži
- Přidružené krytí – dokumenty, klíče, peněženka, hotovost při přepadení apod.
- Pojistné se platí zejména měsíčně, a to fixní částka

## 3) Pojištění pravidelných měsíčních výdajů (Bill protection)

- Ochrana klientových měsíčních výdajů (elektřina, nájemné apod.) v případě nepříznivé životní situace
- Zejména se jedná o rizika pracovní neschopnosti a ztráty zaměstnání
- Pojistné stejně jako u zneužití PK



# Pojistné produkty - pokračování

---

## 4) Pojištění GAP

- Pro klienty leasingových společností
- Kompenzace finanční ztráty v případě totální škody nebo krádeže automobilu (rozdíl mezi plněním z havarijního pojištění a pořizovací cenou)
- Pojistné se vypočítává jako procento z pořizovací ceny nebo z měsíční splátky

## 5) Pojištění prodloužené záruky

- Pro maloobchodní řetězce
- Krytí nákladů na opravu mechanických a elektronických závad po uplynutí zákonné záruky dané výrobcem
- Pojistné je buď fixní (dle cenové kategorie) nebo procento z pořizovací ceny





# Pojistné produkty - pokračování

---

## 6) Pojištění náhodného poškození a krádeže

- Pro maloobchodní řetězce
- Krytí nákladů na opravu či nový výrobek v případě nahodilé události či krádeže
- Pojistné je stejné jako u prodloužené záruky



# Obsah

---

1. Bankopojištění – základní pojmy
- 2. Rezerva pojistného životních pojištění**
3. Rezerva na nezasloužené pojistné
4. Rezerva IBNR
5. Rezerva RBNS



# Rezerva pojistného životního pojištění

- Tvorba vyžadována legislativou ČR
- Určena ke krytí budoucích závazků ze životních pojištění
- Počítá se pojistně – matematickými metodami podle jednotlivých pojistných smluv

Rezerva pojistného ŽP = hodnota budoucích závazků pojistitele – hodnota budoucího pojistného

$${}_tV_{xm}] = A_{x+t, n-t}^1 - P_{xm}] \ddot{a}_{x+t, n-t}] = \frac{M_{x+t} - M_{x+n}}{D_{x+t}} - \frac{M_x - M_{x+n}}{D_{x+t}} \cdot \frac{N_{x+t} - N_{x+n}}{N_x - N_{x+n}}$$



# Rezerva pojistného životního pojištění – pokr.

## ➤ Standardní pojištění pro případ smrti:

- na počátku je očekávané inkasované pojistné vyšší než očekávané pojistné plnění  
⇒ tvorba matematické rezervy (netto rezervy)

## ➤ Bankopojištění (skupinový model):

- Pojistné – procento (pro všechny klienty stejné) z pravidelné měsíční splátky nebo z počáteční výše úvěru a jeho výše je po celou dobu trvání pojištění konstantní  
⇒ Časový nesoulad očekávaných výší pojistného plnění a očekávaného inkasovaného pojistného u rizika smrti a invalidity
- Rychle klesající pojistná částka ⇒ očekávaná výše pojistného plnění na počátku vyšší než očekávaná výše inkasovaného pojistného  
⇒ **Záporná matematická rezerva** po celou dobu trvání pojištění



# Rezerva pojistného životního pojištění – příklad

---

## Příklad:

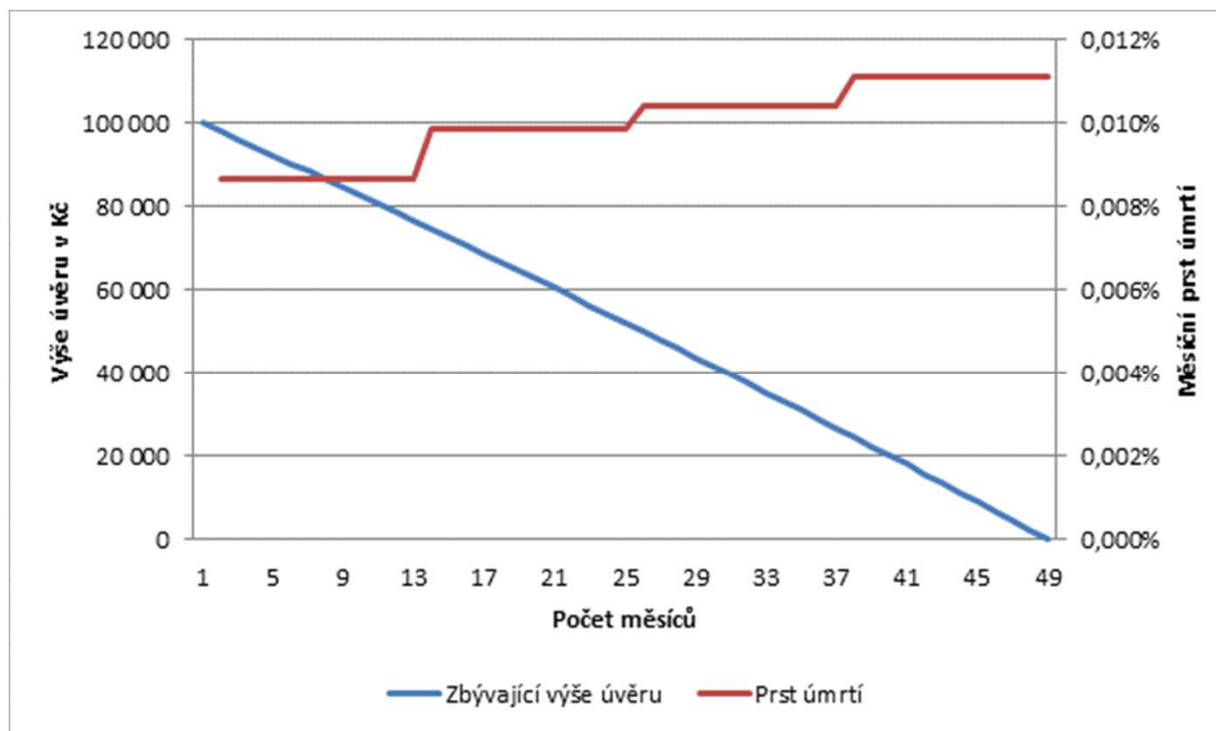
Muž ve věku 35 let, výše úvěru 100 000 Kč, délka trvání 48 měsíců, úroková míra 4.5 % p.a.

Předpoklad konstantních prstí úmrtí v průběhu roku; bez diskontování.



# Rezerva pojistného životního pojištění – příklad

Porovnání vývoje prstí úmrtí s vývojem závazku:

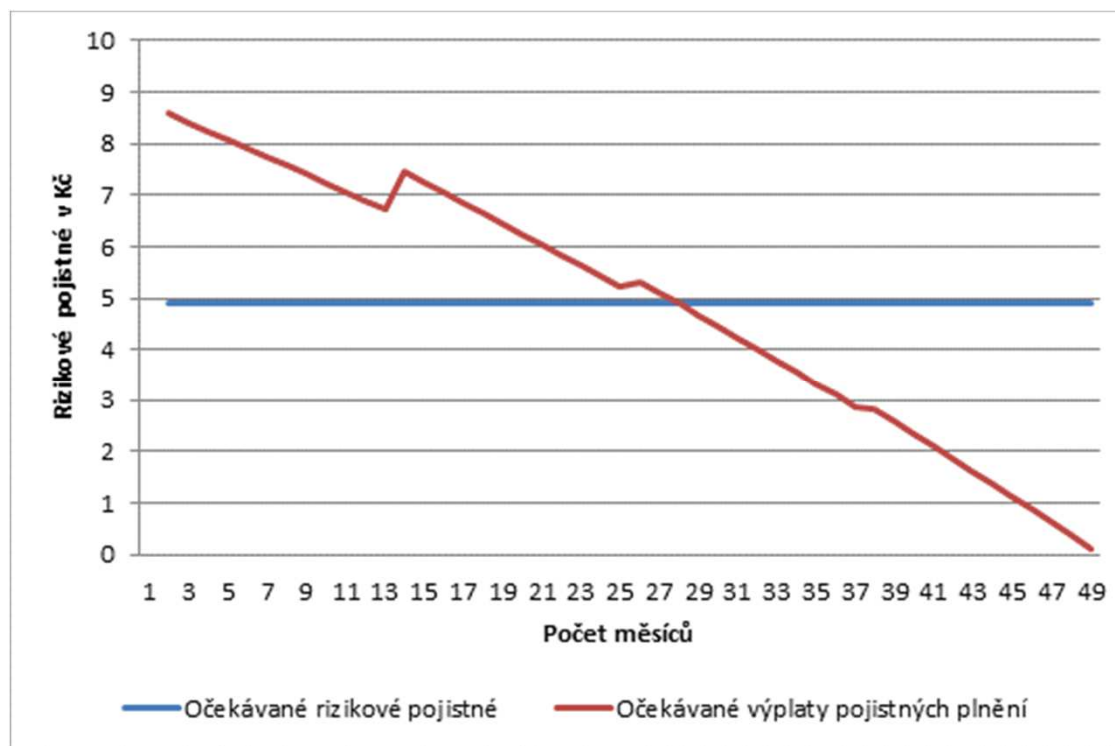


Závazek klesá rychleji v porovnání s růstem prstí úmrtí.



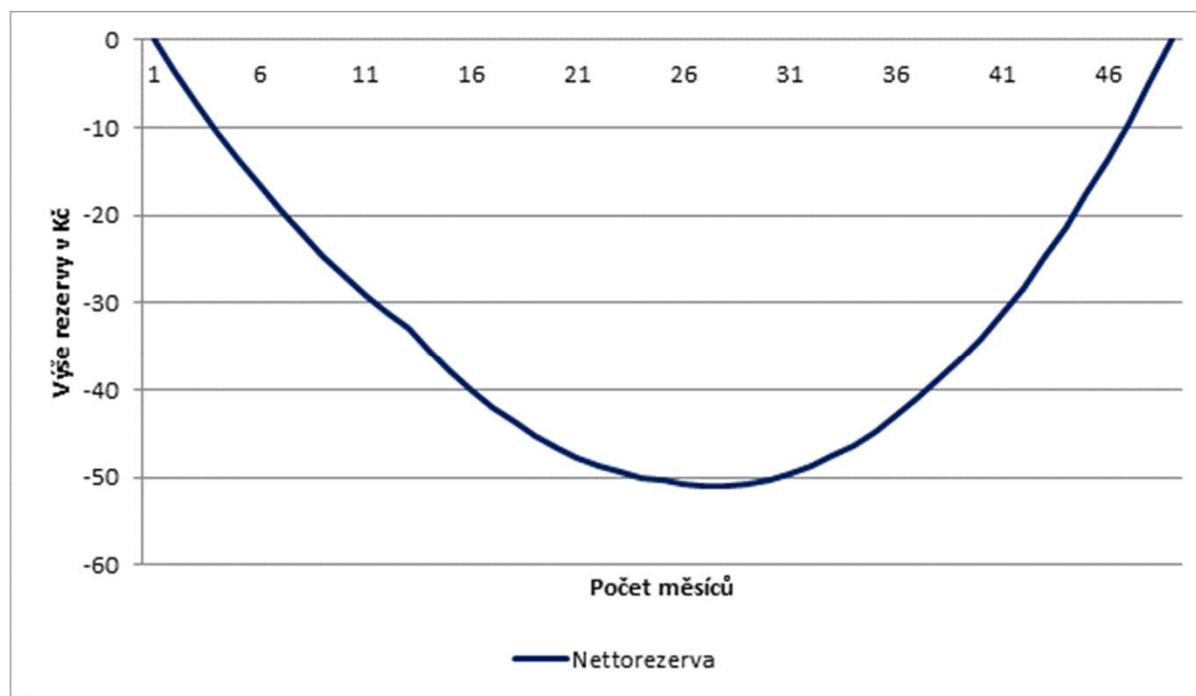
# Rezerva pojistného životního pojištění – příklad

Porovnání očekávaného rizikového pojistného a očekávaných plnění:



# Rezerva pojistného životního pojištění – příklad

Výše matematické rezervy:





# Obsah

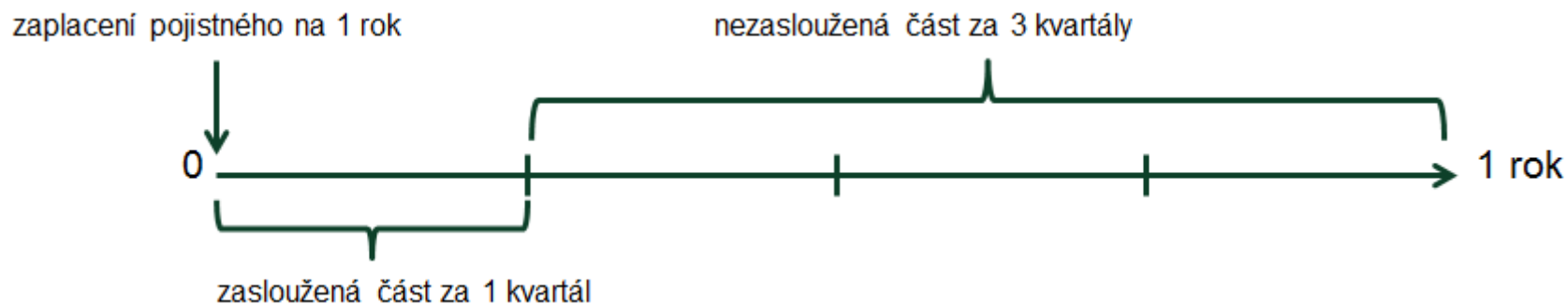
---

1. Bankopojištění – základní pojmy
2. Rezerva pojistného životních pojištění
- 3. Rezerva na nezasloužené pojistné**
4. Rezerva IBNR
5. Rezerva RBNS



# Rezerva na nezasloužené pojistné

- Rezerva na pojistné jiných období
- Unearned Premium Reserve (UPR)
- Tvorba vyžadována legislativou ČR
- Odpovídá části předepsaného pojistného, která se vztahuje k budoucím účetním obdobím



## Rezerva na nezasloužené pojistné – v bankopojištění

---

- V závislosti na rizikovém profilu klienta (konstantní nebo klesající v čase) se používají různé metody
- Předpoklad placení pojistného vždy k jednomu konkrétnímu dni v měsíci



# Rezerva na nezasloužené pojistné – metody

## ➤ Metoda „12“ (lineární, prorata temporis)

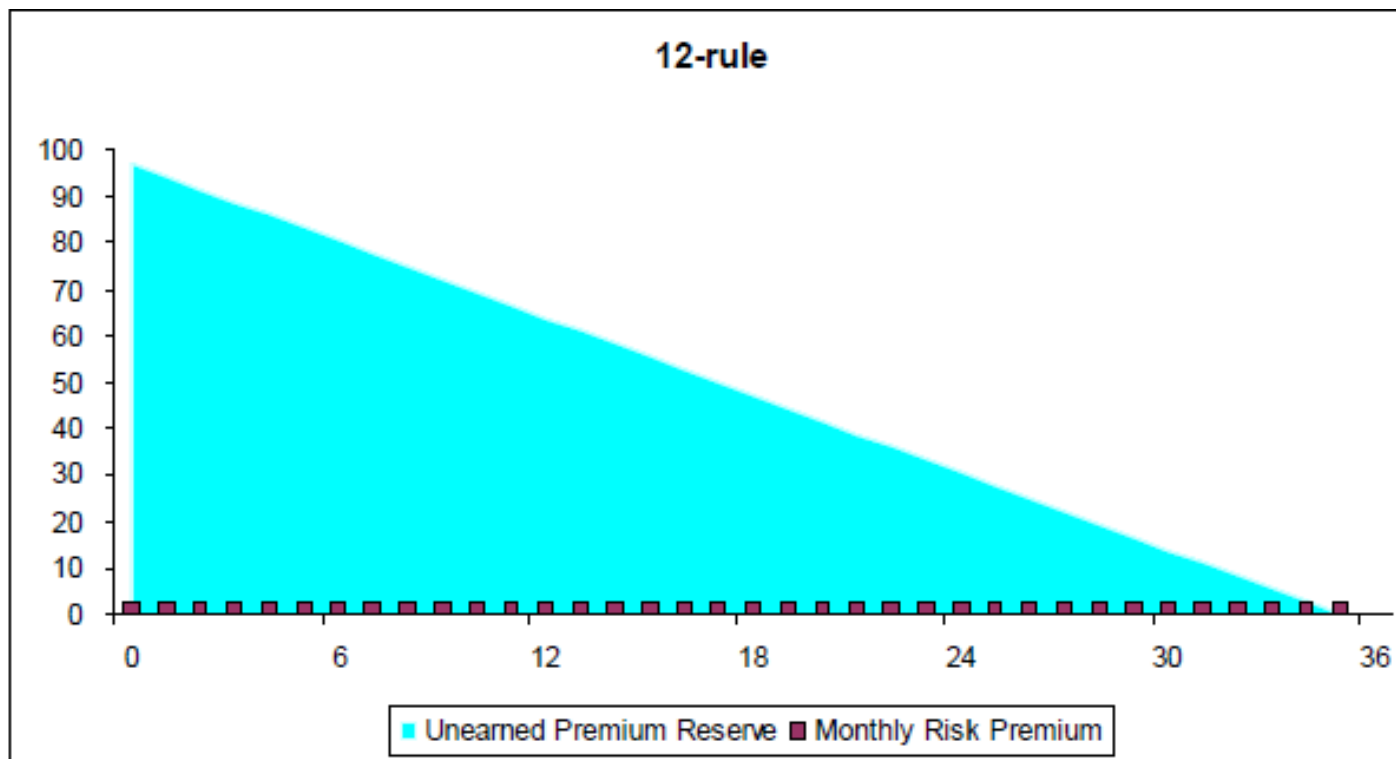
- Tato metoda předpokládá konstantní rizikový profil po celou dobu trvání pojištění, a tedy i konstantní rizikové pojistné
- Výše rezervy v čase  $t$  je pak dána vzorcem

$$UPR_t^{12} = P \cdot \frac{n - t}{n}$$

- $P$  je jednorázové pojistné zaplacené na dobu  $n$
- $n$  je délka trvání pojištění v měsících
- $\frac{P}{n}$  je měsíční rizikové pojistné



# Rezerva na nezasloužené pojistné - metody



## Rezerva na nezasloužené pojistné – metody

### ➤ Metoda „45“ (průměrná, non prorata temporis)

- Tato metoda předpokládá klesající rizikový profil po celou dobu trvání pojištění, a tedy i klesající rizikové pojistné
- Výše rezervy v čase  $t$  je pak dána vzorcem

$$UPR_t^{45} = P \cdot \frac{(n-t)(n - \frac{t}{2} + 1)}{n(n+1)}$$

- $P$  je jednorázové pojistné zaplacené na dobu  $n$
- $n$  je délka trvání v měsících
- $P \cdot (\frac{3}{2n} - \frac{t}{n(n+1)})$  je měsíční rizikové pojistné



## Rezerva na nezasloužené pojistné – metody

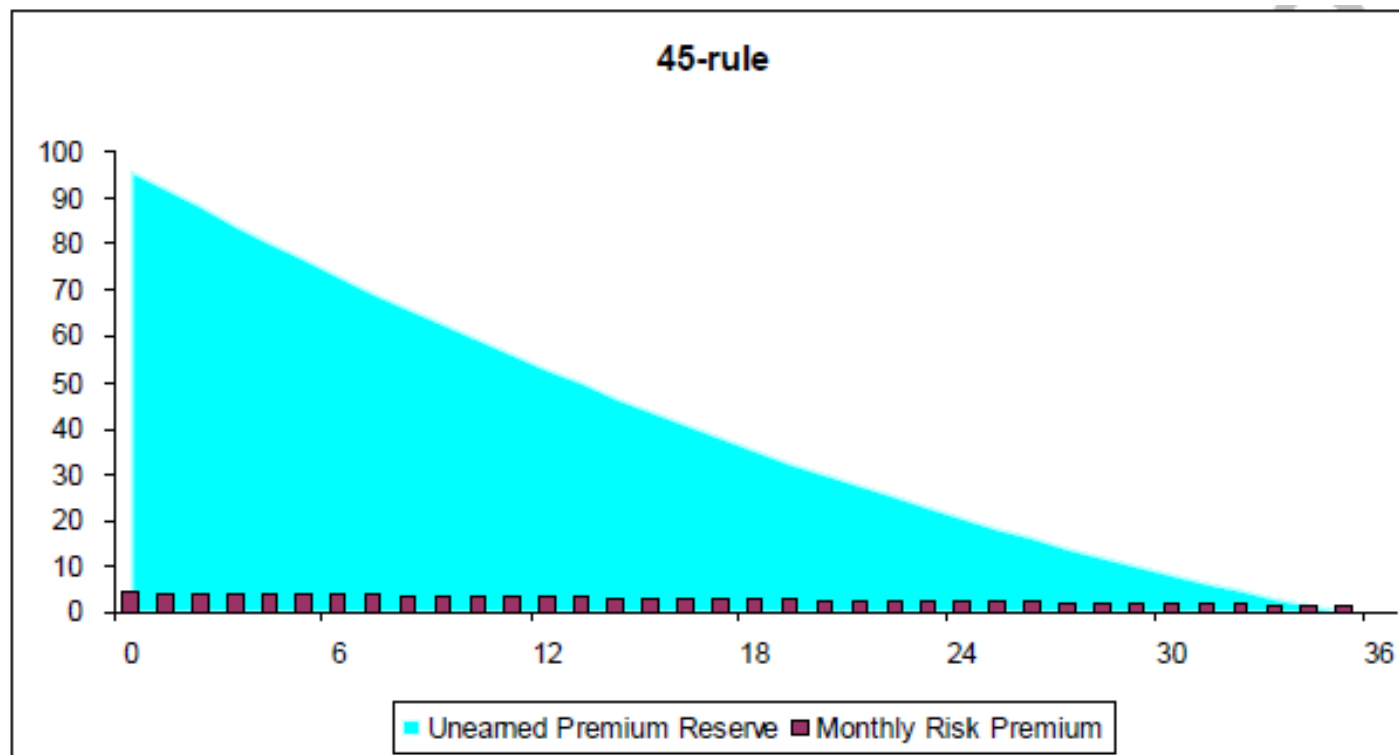
- Metoda „45“ je průměr mezi metodou „12“ a metodou „78“
- Metoda „78“ je také známá jako „suma číslic“, předpokládá klesající rizikový profil

$$UPR_t^{78} = P \cdot \frac{1 + 2 + \dots + (n - t)}{1 + 2 + \dots + (n - t) + \dots + n} = P \cdot \frac{(n - t)(n - t + 1)}{n(n + 1)}$$

$$UPR_t^{45} = \frac{UPR_t^{12} + UPR_t^{78}}{2}$$



# Rezerva na nezasloužené pojistné - metody



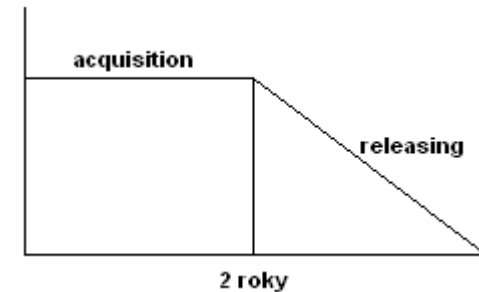


# Rezerva na nezasloužené pojistné - metody

## ➤ UPR pro prodlouženou záruku

- Pojistné placené jednorázově při nákupu zboží
- Výše rezervy v čase  $t$  je pak dána vzorcem

$$UPR_t = \begin{cases} P - \delta & \text{for } t \in \langle a_1; a_2 \rangle \\ (P - \delta) \cdot \frac{n-t}{n} & \text{for } t \in (a_2; a_3) \\ 0 & \text{for } t > a_3 \end{cases}$$



- $P$  je pojistné zaplacené jednorázově na dobu  $n$
- $\delta$  jsou TPA náklady
- $a_1$  je datum předpisu pojistného
- $m$  je délka záruky od výrobce
- $a_2 = a_1 + m$
- $n$  je délka rozšířené záruky
- $a_3 = a_2 + n$



## Rezerva na nezasloužené pojistné - příklad

---

### Příklad:

Muž ve věku 35 let, výše úvěru 1 000 000 Kč, délka trvání 72 měsíců, úroková míra 0.7 % p.a., jednorázově placené pojistné (na 72 měsíců).

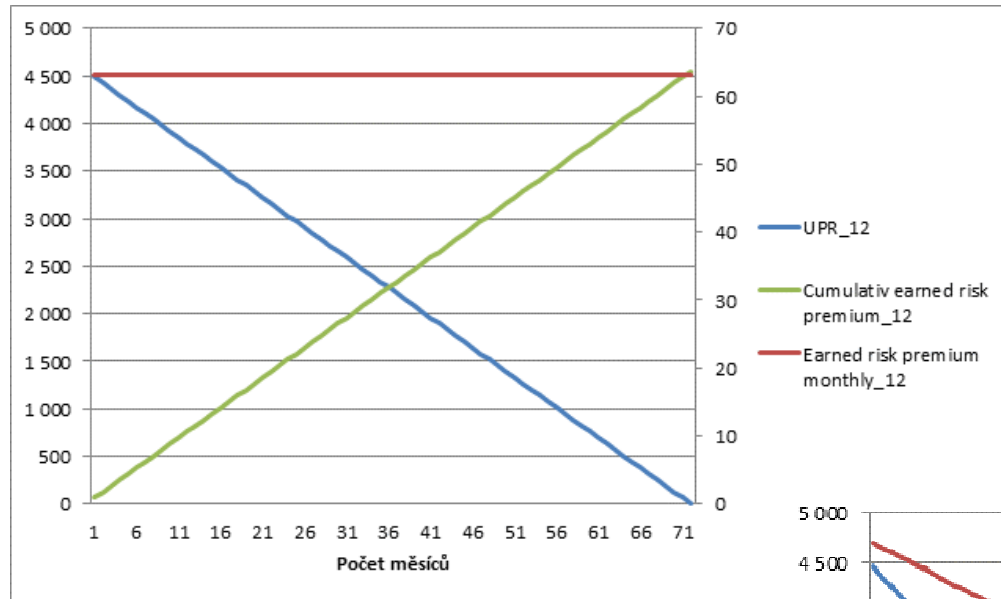


# Rezerva na nezasloužené pojistné - příklad

time	Outstanding balance	Risk profile	Risk profile cummulative
1	989 271	120	120
2	978 467	118	238
3	967 588	116	353
4	956 632	114	467
5	945 600	112	579
6	934 491	110	689
7	923 303	108	797
8	912 037	106	903
9	900 693	104	1 008
10	889 269	102	1 110
11	877 765	101	1 211
12	866 181	110	1 321
13	854 515	108	1 428
14	842 768	106	1 534
15	830 938	104	1 638
16	819 026	102	1 739
17	807 030	100	1 839
18	794 950	98	1 937
19	782 786	96	2 032
20	770 537	94	2 126
21	758 201	92	2 217
22	745 780	90	2 307
23	733 271	88	2 394
24	720 675	86	2 477

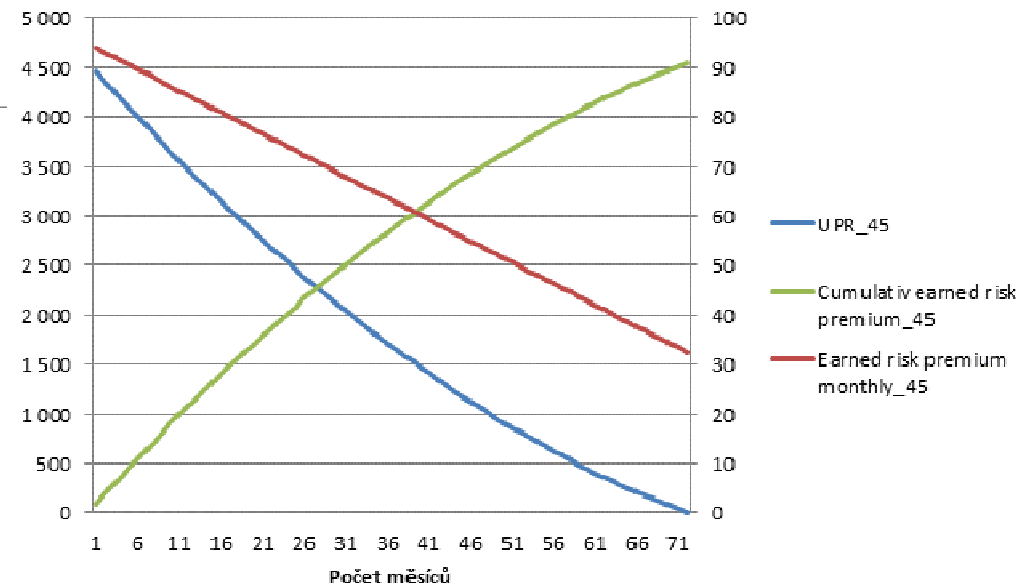


# Rezerva na nezasloužené pojistné - příklad

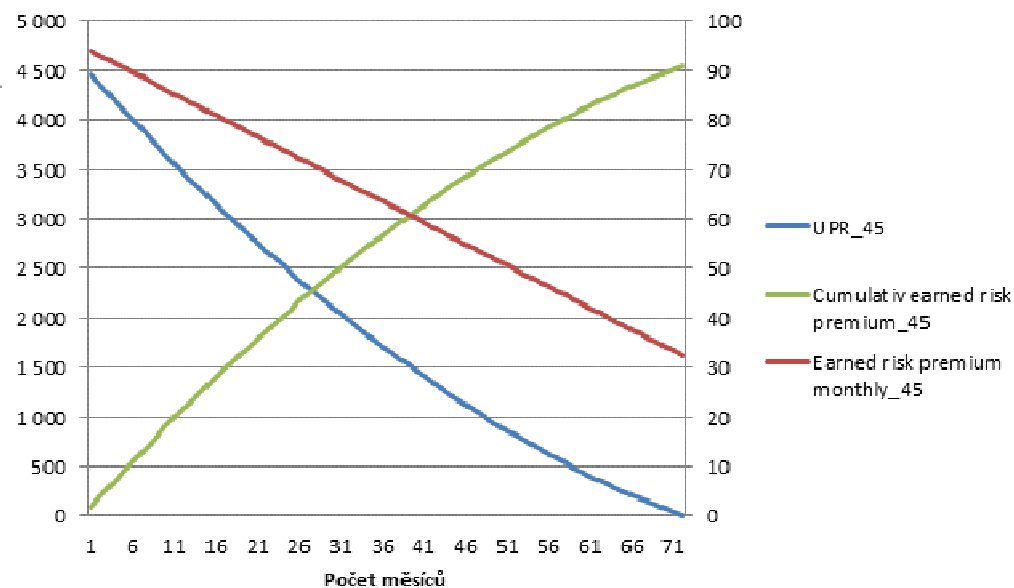


time	UPR_12	Earned risk premium monthly_12	Cumulativ earned risk premium_12
1	4 486	63	63
2	4 423	63	126
3	4 360	63	190
4	4 297	63	253
5	4 233	63	316
6	4 170	63	379
7	4 107	63	442
8	4 044	63	505
9	3 981	63	568

time	UPR_45	Earned risk premium monthly_45	Cumulativ earned risk premium_45
1	4 455	94	94
2	4 362	93	187
3	4 270	92	279
4	4 179	91	370
5	4 088	90	461
6	3 999	90	550
7	3 910	89	639
8	3 822	88	727
9	3 735	87	814



# Rezerva na nezasloužené pojistné - příklad



# Obsah

---

1. Bankopojištění – základní pojmy
2. Rezerva pojistného životních pojištění
3. Rezerva na nezasloužené pojistné
- 4. Rezerva IBNR**
5. Rezerva RBNS



# Rezerva IBNR

---

- Incurred But Not Reported
  
- Určena ke krytí závazků z pojistných událostí v běžném účetním období vzniklých, ale v tomto období nehlášených



# Rezerva IBNR - metody

## ➤ Metoda průměrného zpoždění nahlášení pojistné události (Reporting Delay Method)

- Používá se u portfolií, kde není možné aplikovat CH-L (např. kvůli nedostatku dat)

$$IBNR = Df \cdot ERP \cdot LR$$

- *Df* je faktor zpoždění v hlášení pojistné události v kvartálech
- *ERP* je zasloužené rizikové pojistné za kvartál
- *LR* je pozorovaný škodní poměr
- Bezpečnostní přírážka: Mack, 90% kvantil lognormálního rozdělení
- Nevýhoda: s rostoucím rizikovým pojistným roste i rezerva





# IBNR - metody

---

## ➤ Chain – Ladder

- Používá se u portfolií, kde jsou k dispozici dostatečná data
- Kumulativní vývojové trojúhelníky po kvartálech (paid + incurred)
- Bezpečnostní přírážka: Mack, 90% kvantil lognormálního rozdělení



# IBNR - metody

---

## ➤ Kombinace Chain – Ladder a Bornhuetter – Fergusonovy metody

- Používá se v případě, že je poslední kvartál vývojového trojúhelníku podhodnocený
- Cílový škodní poměr – na základě zkušeností z minulosti a expertního odhadu
- Bezpečnostní přírážka: Mack, 90% kvantil lognormálního rozdělení
- Harmonizované rizikové pojistné



## IBNR - metody

- Harmonizované rizikové pojistné – odstranění vlivu změny sazby pojistného:

$$RP_h = (1 + k) \cdot RP$$

- $RP$  je rizikové pojistné
- $k$  je koeficient harmonizace, který se vypočítá podle vzorce:

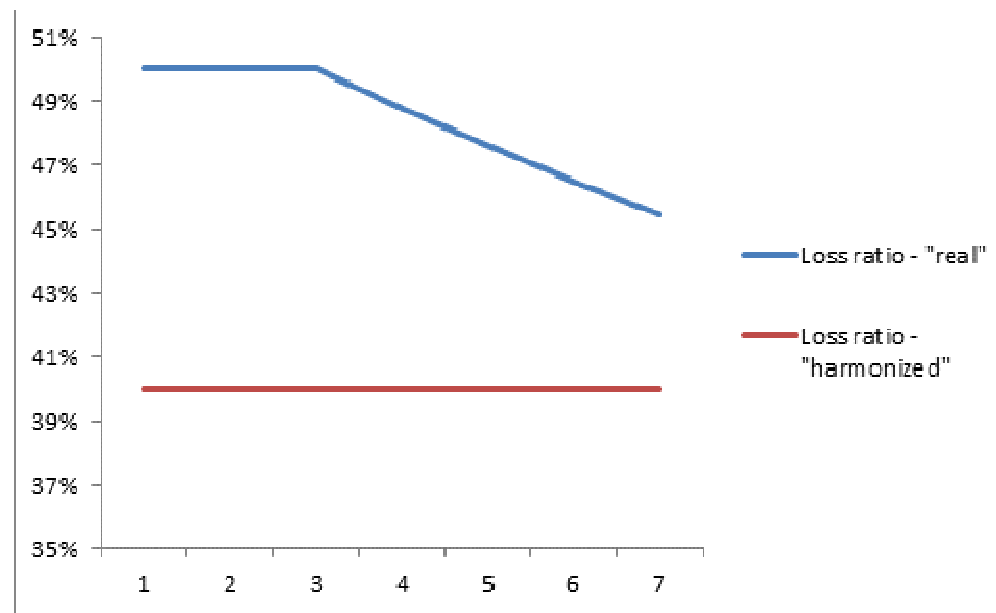
$$k = \frac{P_l}{P_k} - 1$$

- $P_l$  je aktuální cena
- $P_k$  je cena, kterou chceme harmonizovat



# IBNR - metody

- Změna sazby pojistného ve 4. roce pouze pro nové klienty (zdražení)



# Obsah

---

1. Bankopojištění – základní pojmy
2. Rezerva pojistného životních pojištění
3. Rezerva na nezasloužené pojistné
4. Rezerva IBNR
- 5. Rezerva RBNS**



# Rezerva RBNS

---

- Reported But Not Settled
- Určena ke krytí závazků z pojistných událostí v běžném účetním období vzniklých, nahlášených, ale v tomto období nezlikvidovaných
- Výše rezervy není stanovena likvidátorem



# RBNS – rizika smrti a invalidity

---

## ➤ Jednorázové pojistné plnění

- Pojistné plnění – zbývající část úvěru

$$RBNS = OB \cdot p_a$$

- $OB$  je zbývající část úvěru (outstanding balance)
- $p_a$  je pravděpodobnost akceptace (plnění) pojistné události



# RBNS – rizika pracovní neschopnosti a ztráty zaměstnání

## ➤ Periodické pojistné plnění

- Pojistné plnění – měsíční splátka
- Používají se tzv. recovery křivky – křivka prstí, že klient zůstane v pracovní neschopnosti nebo v nezaměstnanosti

$$RBNS = MI \cdot p_a \cdot B$$

- $MI$  je měsíční splátka (monthly instalment)
- $p_a$  je pravděpodobnost akceptace (plnění) pojistné události
- $B$  je očekávaný počet vyplacených splátek (benefitů) vypočítaný pomocí recovery křivek





# RBNS – rizika pracovní neschopnosti a ztráty zaměstnání

## ➤ Odvození recovery křivek

- Užitím Kaplan – Meierova odhadu (funkce přežití) – neparametrická metoda, která nevyžaduje znalost pravděpodobnostního rozdělení
- Počáteční stav – začátek pracovní neschopnosti/nezaměstnanosti
- Koncový stav – uzdravení/zaměstnání se
- Cenzorovaná data – některé pojistné události nejsou během pozorování ukončeny
- Vstupní data – databáze všech pojistných událostí



# RBNS – rizika pracovní neschopnosti a ztráty zaměstnání

- Kaplan – Meier - obecně:

- Nechť  $t_1 < t_2 < t_3, \dots$  jsou časy úmrtí
- Nechť  $m_i$  je počet klientů, kteří zemřou v čase  $t_i$
- Nechť  $n_i$  je počet klientů, kteří jsou živí před časem  $t_i$
- Platí  $n_2 = n_1 - m_1, n_3 = n_2 - m_2, \dots$
- Pro libovolné  $t \in [0, t_1)$  platí  $S(t) = P(T > t) = 1$  (funkce přežití, pravděpodobnost dožití se času  $t$ ), tj. odhad funkce přežití je  $\hat{S}(t) = 1 \quad \forall t \in [0, t_1)$
- Pro libovolné  $t \in [t_1, t_2)$  platí  
 $S(t) = P(T > t) = P(\text{přežití v } [0, t_1)) \times P(\text{přežití v } [t_1, t] | \text{přežití v } [0, t_1)),$

$$\begin{aligned} \text{tj. } \hat{S}(t) &= \underbrace{1}_{P(\text{přežití v } [0, t_1))} \times \underbrace{\frac{n_1 - m_1}{n_1}}_{P(\text{přežití v } [t_1, t] | \text{přežití v } [0, t_1))} \\ &= 1 - \frac{m_1}{n_1} \end{aligned}$$



# RBNS – rizika pracovní neschopnosti a ztráty zaměstnání

- Pro libovolné  $t \in [t_2, t_3)$  platí  
$$S(t) = P(T > t) = \underbrace{P(\text{přežití v } [t_1, t_2])}_{1 - \frac{m_1}{n_1}} \times \underbrace{P(\text{přežití v } [t_2, t] | \text{přežití v } [t_1, t_2])}_{\frac{n_2 - m_2}{n_2}},$$

$$\begin{aligned} \text{tj. } \hat{S}(t) &= 1 - \frac{m_1}{n_1} \times \frac{n_2 - m_2}{n_2} \\ &= \left(1 - \frac{m_1}{n_1}\right) \left(1 - \frac{m_2}{n_2}\right) \text{ atd.} \end{aligned}$$

- Obecně tedy platí pro  $t \in [t_i, t_{i+1}), i = 1, 2, 3, \dots$

$$\hat{S}(t) = \left(1 - \frac{m_1}{n_1}\right) \left(1 - \frac{m_2}{n_2}\right) \dots \left(1 - \frac{m_i}{n_i}\right) = \prod_{j=1}^i \left(1 - \frac{m_j}{n_j}\right)$$

Kaplan – Meierův odhad funkce přežití S(t)



# RBNS – rizika pracovní neschopnosti a ztráty zaměstnání

- Pro naše účely:
- Kaplan – Meierův odhad s cenzorovanými daty:

$$\hat{S}(t_i) = \prod_{j=1}^i \left( 1 - \frac{m_j}{n_j - \frac{c_j}{2}} \right), t_i \in [0, \infty), i = 1, 2, 3 \dots, t_1 < t_2 < t_3 \dots$$

$$\hat{S}(t) = 1 \quad \text{pro } t \in [0, t_1)$$

- $n_j$  je počet klientů s pojistnou událostí na začátku  $j$ -tého intervalu
- $m_j$  je počet klientů, kteří se uzdravili/zaměstnali během  $j$ -tého intervalu
- $c_j$  je počet (cenzorovaných) nekompletních pojistných událostí během intervalu  $j$  (předpoklad: nekompletní PU pozorovány uprostřed periody)



# RBNS – rizika pracovní neschopnosti a ztráty zaměstnání

- Franšíza – čekací doba, po kterou klientovi nevzniká nárok na pojistné plnění (zpravidla 2 měsíce)
- Franšíza vstupuje do odhadu recovery křivek  $\implies$  průběh nemoci/nezaměstnanosti v této době musíme odhadnout, protože se o pojistné události dozvíme až po franšíze a nemáme tedy o průběhu informace

$\implies$  Weibullovo rozdělení

Distribuční funkce:  $F(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t}{\beta}\right)^\alpha}$  pro  $t \in (0, \infty)$ ,  $\alpha, \beta > 0$

Funkce přežití:  $S(t) = P(T > t) = \int_t^\infty f(u)du = 1 - F(t) = e^{-\left(\frac{t}{\beta}\right)^\alpha}$

- Odhad parametrů  $\alpha$  a  $\beta$  pomocí minimalizace  $\chi^2$  - statistiky (Minimum Chi-Square Method)



# RBNS – rizika pracovní neschopnosti a ztráty zaměstnání

- $\chi^2$  - statistika

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

- $O_i$  je  $i$ -tá pozorovaná hodnota (observed)
  - $E_i$  je  $i$ -tá očekávaná hodnota (expected)
  - $k-1$  stupňů volnosti
- 
- $\chi^2$  procedura testuje, jestli pozorování  $O_i$  jsou dostatečně blízko  $E_i$



# RBNS – rizika pracovní neschopnosti a ztráty zaměstnání

---

Příklad: RBNS k 12.3.2016 pro pojistnou událost na riziku pracovní neschopnosti, která nastala 12.1.2016, měsíční splátka 5 000 Kč, franšíza 2 měsíce, maximální počet splátek 12



# RBNS – rizika pracovní neschopnosti a ztráty zaměstnání

Odvození recovery křivky pro pracovní neschopnost:

Vstupní data: databáze 10 000 pojistných událostí

Month	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$n_j$ - No of claimed people at the beginning of the $j^{\text{th}}$ period	10 000	10 000	8 361	6 718	5 439	4 313	3 322	2 695	2 236	1 842	1 454	980
$c_j$ - No of incomplected claims during the $j^{\text{th}}$ period	0	175	227	211	184	179	167	140	122	106	108	57
$m_j$ - No of people who recovered during the $j^{\text{th}}$ period	0	1 464	1 417	1 068	942	813	460	319	272	282	366	414





# RBNS – rizika pracovní neschopnosti a ztráty zaměstnání

Odvození recovery křivky pro pracovní neschopnost:

$$S(1) = 1 - \frac{m_1}{n_1 - \frac{c_1}{2}} = 1 - \frac{0}{10\,000 - \frac{0}{2}} = 1$$

$$S(2) = 1 - \frac{1\,464}{10\,000 - \frac{175}{2}} = 0,853$$

$$S(3) = 1 - \frac{1\,417}{8\,361 - \frac{227}{2}} = 0,83$$

$$\hat{S}(t_3) = 1 \cdot 0,853 \cdot 0,83 = 0,708 \approx 71 \%$$



# RBNS – rizika pracovní neschopnosti a ztráty zaměstnání

Month	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$n_j$ - No of claimed people at the beginning of the $j^{\text{th}}$ period	10 000	10 000	8 361	6 718	5 439	4 313	3 322	2 695	2 236	1 842	1 454	980
$c_j$ - No of incompleted claims during the $j^{\text{th}}$ period	0	175	227	211	184	179	167	140	122	106	108	57
$m_j$ - No of people who recovered during the $j^{\text{th}}$ period	0	1 464	1 417	1 068	942	813	460	319	272	282	366	414
$S(j)$	100%	85%	83%	84%	82%	81%	86%	88%	88%	84%	74%	56%
$S(t)$ - Kaplan Meier Survival function with censors	100%	85%	71%	59%	49%	39%	34%	30%	26%	22%	16%	9%



# RBNS – rizika pracovní neschopnosti a ztráty zaměstnání

- Po dobu franšízy nemáme žádné info  $\implies$  100 %
- Hodnoty po franšíze – v polovině měsíce, kdy se vyplácí splátka, hodnoty z recovery křivky, v celé měsíce průměr z hodnoty před a po, tj. např. ve 3. měsíci je hodnota rovna  $\frac{100\%+85,2\%}{2} = 92,6 \%$

Months	New Recovery curve (2,12)
0	100,0%
0,5	100,0%
1	100,0%
1,5	100,0%
2	100,0%
2,5	100,0%
3	92,6%
3,5	85,2%
4	77,9%
4,5	70,6%
5	64,9%
5,5	59,2%
6	54,0%
6,5	48,8%
7	44,1%
7,5	39,4%
8	36,6%
8,5	33,8%
9	31,7%
9,5	29,7%
10	27,8%
10,5	26,0%
11	23,9%
11,5	21,9%
12	19,0%
12,5	16,2%
13	12,6%
13,5	9,1%



# RBNS – rizika pracovní neschopnosti a ztráty zaměstnání

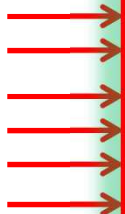
- Křivka z mateřské společnosti, ze které vycházíme v období franšízy
- Pomocí této křivky zleva extrapolujeme pozorovanou křivku

Months	APL TD
0,0	100,0%
0,5	61,1%
1,0	20,6%
1,5	14,4%
2,0	7,6%
2,5	6,9%
3,0	6,5%
3,5	5,6%
4,0	4,8%
4,5	4,7%
5,0	3,8%
5,5	3,5%
6,0	3,1%
6,5	2,8%
7,0	2,5%
7,5	2,3%
8,0	2,1%
8,5	2,0%
9,0	1,9%
9,5	1,7%
10,0	1,6%
10,5	1,5%
11,0	1,4%
11,5	1,4%
12,0	1,3%
12,5	1,2%
13,0	1,2%
13,5	1,1%



# RBNS – rizika pracovní neschopnosti a ztráty zaměstnání

Months	APL TD
0,0	100,0%
0,5	61,1%
1,0	20,6%
1,5	14,4%
2,0	7,6%
2,5	6,9%
3,0	6,5%
3,5	5,6%
4,0	4,8%
4,5	4,7%
5,0	3,8%
5,5	3,5%
6,0	3,1%
6,5	2,8%
7,0	2,5%
7,5	2,3%
8,0	2,1%
8,5	2,0%
9,0	1,9%
9,5	1,7%
10,0	1,6%
10,5	1,5%
11,0	1,4%
11,5	1,4%
12,0	1,3%
12,5	1,2%
13,0	1,2%
13,5	1,1%



Months	TD CZ with APL left extrapolation
0,0	100,0%
0,5	61,1%
1,0	20,6%
1,5	14,4%
2,0	7,6%
2,5	6,9%
3,0	6,4%
3,5	5,9%
4,0	5,4%
4,5	4,9%
5,0	4,5%
5,5	4,1%
6,0	3,7%
6,5	3,4%
7,0	3,0%
7,5	2,7%
8,0	2,5%
8,5	2,3%
9,0	2,2%
9,5	2,0%
10,0	1,9%
10,5	1,8%
11,0	1,7%
11,5	1,5%
12,0	1,3%
12,5	1,1%
13,0	0,9%
13,5	0,6%

→  $RC(3) = APL(2,5) \cdot \Delta(2,5;3) =$   
 $= 6,9\% \cdot 0,926 \approx 6,4\%$   
 $\Delta(2,5;3) = \frac{92,6\%}{100\%} = 0,926$

Months	New Recovery curve (2,12)
0	100,0%
0,5	100,0%
1	100,0%
1,5	100,0%
2	100,0%
2,5	100,0%
3	92,6%
3,5	85,2%
4	77,9%
4,5	70,6%
5	64,9%
5,5	59,2%
6	54,0%
6,5	48,8%
7	44,1%
7,5	39,4%
8	36,6%
8,5	33,8%
9	31,7%
9,5	29,7%
10	27,8%
10,5	26,0%
11	23,9%
11,5	21,9%
12	19,0%
12,5	16,2%
13	12,6%
13,5	9,1%



# RBNS – rizika pracovní neschopnosti a ztráty zaměstnání

➤ Odhad  $\alpha$ ,  $\beta$ :

$$\min \chi^2$$

PP:  $E(X) = \emptyset$  doba trvání PN  
(zdroj: ÚZIS)

$$\alpha = 0,2031$$

$$\beta = 0,0140$$

Period where 0 = end of franchise	Real period with franchise	Observed ML with censors (using APL left)	Weibull distribution function	Survival function based on W	Proxi for Chi - Square test
0,0	1,0	100,0%	0,0%	100,0%	
0,5	1,5	61,1%	87,3%	12,7%	
1,0	2,0	20,6%	90,7%	9,3%	
1,5	2,5	14,4%	92,4%	7,6%	
2,0	3,0	7,6%	93,5%	6,5%	
2,5	3,5	6,9%	94,3%	5,7%	
3,0	4,0	6,4%	94,9%	5,1%	0,3%
3,5	4,5	5,9%	95,3%	4,7%	0,3%
4,0	5,0	5,4%	95,7%	4,3%	0,2%
4,5	5,5	4,9%	96,0%	4,0%	0,2%
5,0	6,0	4,5%	96,3%	3,7%	0,1%
5,5	6,5	4,1%	96,5%	3,5%	0,1%
6,0	7,0	3,7%	96,7%	3,3%	0,1%
6,5	7,5	3,4%	96,9%	3,1%	0,0%
7,0	8,0	3,0%	97,1%	2,9%	0,0%
7,5	8,5	2,7%	97,2%	2,8%	0,0%
8,0	9,0	2,5%	97,3%	2,7%	0,0%
8,5	9,5	2,3%	97,5%	2,5%	0,0%
9,0	10,0	2,2%	97,6%	2,4%	0,0%
9,5	10,5	2,0%	97,7%	2,3%	0,0%
10,0	11,0	1,9%	97,8%	2,2%	0,1%
10,5	11,5	1,8%	97,8%	2,2%	0,1%
11,0	12,0	1,7%	97,9%	2,1%	0,1%
11,5	12,5	1,5%	98,0%	2,0%	0,2%
12,0	13,0	1,3%	98,1%	1,9%	0,3%
12,5	13,5	1,1%	98,1%	1,9%	0,5%
13,0	14,0	0,9%	98,2%	1,8%	1,0%



# RBNS – rizika pracovní neschopnosti a ztráty zaměstnání

Survival function based on W		Months	TD CZ with Weibull extrapolation
100,0%	→	0	100,0%
12,7%	→	0,5	12,7%
9,3%	→	1	9,3%
7,6%	→	1,5	7,6%
6,5%	→	2	6,5%
5,7%	→	2,5	5,7%
5,1%		3	5,3%
4,7%		3,5	4,9%
4,3%		4	4,4%
4,0%		4,5	4,0%
3,7%		5	3,7%
3,5%		5,5	3,4%
3,3%		6	3,1%
3,1%		6,5	2,8%
2,9%		7	2,5%
2,8%		7,5	2,2%
2,7%		8	2,1%
2,5%		8,5	1,9%
2,4%		9	1,8%
2,3%		9,5	1,7%
2,2%		10	1,6%
2,2%		10,5	1,5%
2,1%		11	1,4%
2,0%		11,5	1,2%
1,9%		12	1,1%
1,9%		12,5	0,9%
1,8%		13	0,7%
		13,5	0,5%



# RBNS – rizika pracovní neschopnosti a ztráty zaměstnání

$$RBNS = MI \cdot p_a \cdot B$$

- $MI = 5\,000$
- $p_a = 90\%$  (na základě zkušenosti z portfolia)
- $B = ?$

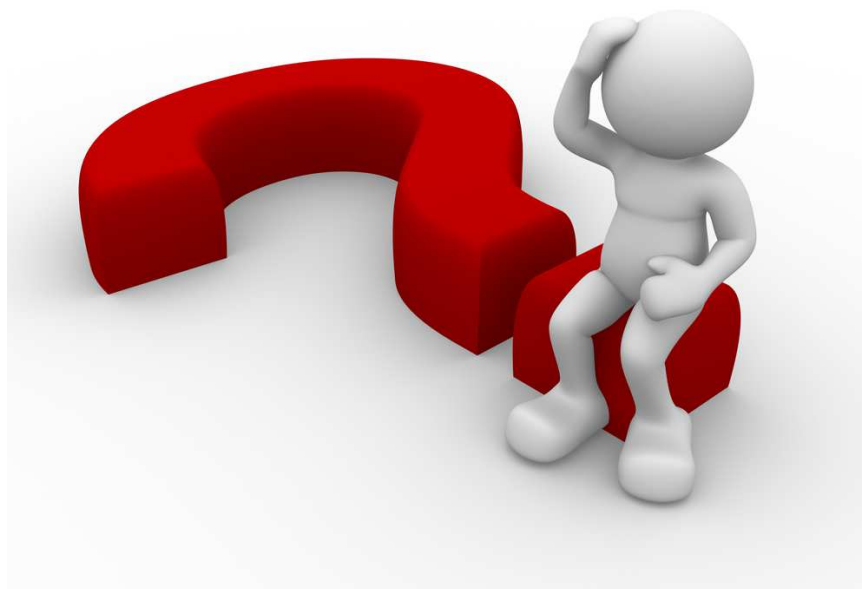
$$B = \frac{5,7\% + 4,9\% + 4,0\% + 3,4\% + 2,8\% + 2,2\% + 1,9\% + 1,7\% + 1,5\% + 1,2\% + 0,9\% + 0,5\%}{6,5\%} = \frac{30,7\%}{6,5\%} = 4,72$$

$$RBNS = 5\,000 \cdot 0,9 \cdot 4,72 = 21\,240$$

Months	TD CZ with Weibull extrapolation
0	100,0%
0,5	12,7%
1	9,3%
1,5	7,6%
2	6,5%
2,5	5,7%
3	5,3%
3,5	4,9%
4	4,4%
4,5	4,0%
5	3,7%
5,5	3,4%
6	3,1%
6,5	2,8%
7	2,5%
7,5	2,2%
8	2,1%
8,5	1,9%
9	1,8%
9,5	1,7%
10	1,6%
10,5	1,5%
11	1,4%
11,5	1,2%
12	1,1%
12,5	0,9%
13	0,7%
13,5	0,5%







Otázky?





# Děkuji za pozornost

[zuzana.valentova@cardif.com](mailto:zuzana.valentova@cardif.com)



**BNP PARIBAS**  
**CARDIF**

| Insurance for a changing world